

محافظت الکترونیک رادار چند ورودی چند خروجی چینش گسترده شناختی به وسیله طراحی شکل موج مقید بلادرنگ در برابر اختلال فضایی و طیفی

محمد جواد ویشکائی صدیق^۱، سید محمد علوی^{۲*}، یاسر نوروزی^۳، نادعلی زارعی^۴

۱. دانشجوی دکتری مهندسی برق، جنگ الکترونیک و سایبری، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران.

۲. دانشیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران.

۳. دانشیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه امیر کبیر، تهران، ایران.

۴. استادیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران.

چکیده

این مقاله یک رویکرد نوآورانه برای طراحی توالی های فاز گسسته، با دامنه ثابت بهینه سازی شده برای سیستم های راداری چند ورودی چند خروجی چینش گسترده (WS-MIMO) ارائه می کند. هدف از الگوریتم پیشنهادی کاهش اختلال باند باریک یا تداخل مخابراتی در طیف وسیع است، در شرایطی که به طور همزمان در مقابل تهدیدات فضایی (جهتی) پرتو را شکل دهی کرده و ایجاد نال (Null) یا تهی می کند. با کمینه کردن حداکثر مجموع سطح گلبرگ های زمانی جانبی (ISL)، کاهش توان ارسال در باندهای فرکانسی نامطلوب، و کاهش پرتو فضایی (جهتی) در جهت های خاص برای هر مجموعه از رادار چند ورودی چند خروجی هم مکان (CL-MIMO)، مجموعه ای از توالی ها را به دست می آوریم که به طور مؤثر چالش های مطرح شده برای محیط های راداری WS-MIMO را برطرف می کند. الگوریتم پیشنهادی یک مسئله بهینه سازی محدود چند بعدی برای متعادل کردن توابع هدف رقابتی شامل کاهش ISLR، کاهش مؤلفه های فرکانسی در پهنای باند وسیع نرمالیزه شده و شکل دهی پرتوی تشعشعی، فرموله شده است. در تابع هدف کلی، توابع وزنی پارتو برای اطمینان از تعادل بین این معیارها استفاده می شود. یک الگوریتم محاسباتی کارآمد، با استفاده از چارچوب نزول مختصات (CD) و تبدیل فوری سریع (FFT)، برای حل این مسئله بهینه سازی توسعه داده شده است. روش پیشنهادی طراحی شکل موج های رادار WS-MIMO را قادر می سازد که به طور مؤثر تداخل را سرکوب کند، تشخیص هدف را افزایش دهد و وضوح فضایی را بهبود بخشد.

واژه های کلیدی: طراحی شکل موج، شکل دهی طیفی، شکل دهی فضایی، مجموع سطح گلبرگ های جانبی (ISL)،

رادار چند ورودی چند خروجی چینش گسترده (WS-MIMO)، رادار چند ورودی چند خروجی هم مکان (CL-MIMO)

Electronic Protection in Cognitive Widely-Separated MIMO Radar with Constrained Real-Time Waveform Design against Spatial and Spectral Interference

Mohammad Javad Vishkaei Sadigh¹, Sayed Mohammad Alavi^{2*}, Yaser Norouzi³, NadAli Zarei⁴

1,2,4. Faculty of Electrical & EW Engineering, Imam Hossein Comprehensive University, Tehran, Iran.

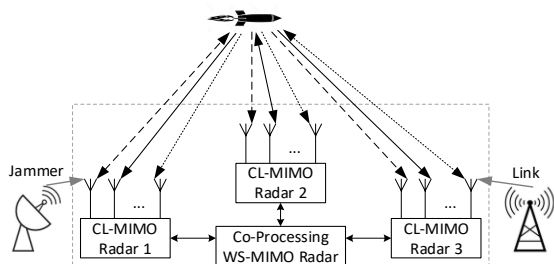
3. Faculty of Electrical Engineering, Amir Kabir Industrial University, Tehran, Iran.

Abstract

This paper presents a novel approach for designing discrete-phase, fixed-amplitude sequences optimized for Widely Separated Multiple-Input Multiple-Output (WS-MIMO) radar systems. The proposed sequences aim to mitigate narrowband interference (jamming) or telecommunications interference while simultaneously shaping the beam to reject threats. By minimizing the maximum integrated side lobe level (ISL), removing undesired frequency bands, and suppressing the spatial beam in specific directions for each set of co-located MIMO (CL-MIMO) radar, we achieve sets of sequences that effectively address the challenges posed by WS-MIMO radar environments. A multi-dimensional constrained optimization problem is formulated to balance the competing objectives of ISLR reduction, interference suppression, and beam shaping. Pareto weight functions are employed to ensure a trade-off among these criteria. A computationally efficient algorithm, leveraging the Coordinate Descent (CD) framework and Fast Fourier Transform (FFT), is developed to solve this optimization problem. The proposed method enables the design of WS-MIMO radar waveforms that effectively suppress interference, enhance target detection, and improve spatial resolution.

Key words: waveform design, spectral shaping, spatial shaping, Integrated sidelobe level (ISL), WidelySeparated MIMO radar (WS-MIMO), Co-Located MIMO Radar (CL-MIMO).

مسئله بهینه‌سازی در این مقاله ترکیبی از پنج مسئله بهینه‌سازی ذکر شده یعنی شکل‌دهی الگوی پرتوی تشعشی برای ۳ گروه آنتن M_1 ، M_2 و M_3 به طور جداگانه، شکل‌دهی پاسخ فرکانسی و کاهش ISL با دو قید فاز گسسته و دامنه ثابت است. باید در نظر داشت که هر یک از این گروه‌های سه گانه آنتن، یک رادار $CL-MIMO$ هستند. در واقع، رادار $WS-MIMO$ از ۳ رادار $CL-MIMO$ تشکیل شده است که دارای یک واحد پردازش مشترک می‌باشند. این بهینه‌سازی‌ها به‌طور همزمان و تطبیقی با ضرایب وزن‌دهی نرمالیزه شده، از صفر تا یک، برای هر مسئله بهینه‌سازی انجام می‌شوند که به درک اهمیت هر مسئله بهینه‌سازی نسبت به سایر مسائل در الگوریتم کمک می‌کند. در شکل ۱ نشان داده شده است که چگونه یک رادار $WS-MIMO$ کار می‌کند و چرا باید از خود در برابر اختلالات محیطی محافظت کند و در حضور لینک‌های ارتباطی محیطی به کار خود ادامه دهد.



شکل ۱- مجموعه رادار $WS-MIMO$ مورد نظر

اولین نوآوری این مقاله بهینه‌سازی همزمان پنج مسئله ارائه شده است که نمونه قبلی ندارد. نوآوری دوم کاهش زمان اجرا با موازی‌سازی مسیر اجرای پنج مسئله بهینه‌سازی است. نوآوری سوم ارائه معیارهای کمی و کیفی برای انتخاب ضرایب وزنی متناسب با سطح، مقدار و نوع بهینه‌سازی مورد نیاز بر اساس شرایط محیطی و کاربرد مورد نظر است. نوآوری چهارم بکارگیری و ترکیب تکنیک‌های تبدیل فوریه سریع (FFT) برای تسریع روند جستجو در میان الفبای فاز گسسته برای یافتن مقدار بهینه در هر پنج مسئله است. پنجمین نوآوری نیز ارائه درجات آزادی بیشتر در طراحی و استفاده از رادارهای $WS-MIMO$ ، ایجاد قابلیت واکنش آنی به تغییرات سریع در محیط‌های فضا-زمان-فرکانس است. ششمین و آخرین نوآوری ارائه یک چارچوب موازی برای حل چند مسئله بهینه‌سازی به طور همزمان می‌باشد.

۲- آثار قبلی و خلاصه‌های علمی موجود

در *Error! Reference source not found.* پیشرفت‌های اخیر در ادبیات طراحی شکل موج را با تمرکز بر مسائل بهینه‌سازی منفرد و مرکب خلاصه می‌کنیم. این بررسی اجمالی، شکاف‌های تحقیقاتی موجود را برجسته می‌کند و بر کمبود مطالعات به ویژه در مورد رادارهای $WS-MIMO$ تأکید می‌کند. اکثر تحقیقات بر روی رادارهای $CL-$

رادارهای $MIMO$ معمولاً شکل موج‌های متعامد یا ناهمبسته ارسال می‌کنند [۱ و ۲] و فیلترهای منطبق آن‌ها را در بخش گیرنده جدا می‌کنند [۳]. در صورت وجود گلبرگ‌های زمانی جانبی در تابع همبستگی متقابل کدها، در خروجی فیلترهای منطبق نشت انرژی وجود خواهد داشت که منجر به تأثیر بدی بر عملکرد سیستم می‌شود [۴]. بنابراین، طراحی شکل موج‌های فاز گسسته با ویژگی‌های خودهمبستگی و همبستگی متقابل خوب برای رادارهای $MIMO$ بسیار مهم است [۵]. رادارهای شناختی به طور مداوم محیط را پایش می‌کنند [۶] و فرستنده و گیرنده‌ها با محیط اطراف خود با روش هوشمندانه‌ای سازگار می‌شوند. عملاً، رادارهای واقعی مدرن به طور خاص در محیط‌های متخاصم و چگال باید بتوانند با کاهش تداخل محیطی در حوزه طیفی/فضایی به خوبی کار کنند. این امر با طراحی و بهینه‌سازی شکل موج در رادارهای شناختی^۱ محقق خواهد شد. تکنیک نزول مختصات (CD) در میان سایر روش‌های بهینه‌سازی، با تجزیه مسئله به مسائل ساده‌تر، عملکرد بهتری به ما می‌دهد و باعث می‌شود در زمان و محاسبات کمتر به راه‌حل نهایی برسیم [۷].

در این مقاله، هدف ما طراحی یک شکل موج مقید برای یک رادار $WS-MIMO$ است. این شکل موج با بهینه‌سازی همزمان الگوی پرتوی تشعشی برای مقابله با اختلالات جهتی و ایجاد باند توقف در پاسخ فرکانسی برای مقابله با اختلال باند باریک در نظر گرفته شده، در حالی که مجموع گلبرگ‌های جانبی^۲ (ISL) در توابع خودهمبستگی و همبستگی متقابل کد را کاهش می‌دهد. در حوزه زمان ماهیت گسستگی فاز برای سهولت اجرای الگوریتم در نظر گرفته شده است. امکان شکل‌دهی الگوی پرتوی تشعشی^۳ (پاسخ فضایی) برای قرار دادن گلبرگ‌های اصلی و ایجاد نال^۴ (تهی) در جهت مورد نظر، ایجاد باند توقف در پاسخ فرکانسی برای جلوگیری از تداخل فرکانسی با سایر تجهیزات ارتباطی در محیط و اختلال باند باریک، و کاهش ISL برای کاهش همبستگی بین شکل موج‌های مختلف و در نتیجه کاهش تداخل آنتن‌های مختلف می‌باشد. اصطلاح "مقید" بر دو قید فاز گسسته برای سهولت اجرای الگوریتم و دامنه ثابت برای جلوگیری از اشباع تقویت‌کننده‌های توان دلالت دارد. در عمل، هم محیط فضایی (به دلیل تغییر سریع اهداف و حرکت آن‌ها در فضا و منابع تداخل مختلف) و هم محیط فرکانسی (به دلیل قابل حمل بودن سیستم‌های ارتباطی و نظامی مختلف در اطراف رادار) می‌تواند به سرعت تغییر کند. در این شرایط، برای پاسخ سریع به تغییرات، الگوی پرتوی تشعشی و پاسخ فرکانسی رادار باید فوراً تغییر کند. بنابراین، رادار باید یک واکنش شناختی سریع و متناسب را به محیط عملیاتی اطراف نشان دهد. این تغییر را می‌توان با طراحی و ارسال آنی شکل موج رادار به ایجاد کرد.

³ Transmission Beamforming

⁴ Null

¹ Cognitive

² Integrated Sidelobe Level

MIMO متمرکز شده است، که این مقاله را به یک پیشگام در زمینه طراحی شکل موج در رادار *WS-MIMO* تبدیل کرده است.

جدول ۱ کارهای قبلی و خلاصه‌های علمی در رادارهای *SISO* و *CL-MIMO*

OPTIMIZATION PROBLEM(S)	WS-MIMO	CL-MIMO	SISO
(Range) ISL/PSL Decreasing	X	[9]	[8]
(Range) PSL Decreasing + Spectral Shaping	X	X	[10]
C/A-PSL Decreasing + Spectral Shaping	X	[11]	X
Correlation Side Lobes decreasing + Spectral Shaping	X	X	[12]
(Range) ISLR + Spectral Shaping	X	[13, 14]	X
(Spatial ISLR) Beampattern Shaping	X	[15]	X
(Range) ISLR + (Spatial ISLR) Beampattern Shaping	X	[16]	X
Orthogonality + Spectral Shaping + Beampattern Shaping	X	[17]	X
(Range) ISL Decreasing + Spectral Shaping + Beampattern Shaping	X	X	X

در مرجع [۸]، نویسنده از بهینه‌سازی همزمان *ISL* و *PSL* با استفاده از یک تابع چند هدفه وزنی در هر دو حالت فاز پیوسته و گسسته استفاده می‌کند. نویسنده نشان می‌دهد که با استفاده از روش بهینه‌سازی نزول مختصات (*CD*) و انجام محاسبات بر اساس تبدیل فوریه سریع (*FFT*) به جای استفاده از روش‌های جستجوی جامع، سایر رویکردهای موجود در این زمینه پیشی گرفته‌اند. در مرجع [۹] نیز نویسندگان بر روی همان مفهوم اما در زمینه رادار *MIMO* کار می‌کنند. در مرجع [۱۰]، ترکیب دو مشکل طراحی شکل موج گسسته برای رادار شناختی موج پیوسته مدوله شده پالس (*PMCW*) در سناریوی تک ورودی تک خروجی (*SISO*) مورد بحث قرار گرفته است. توابع هدف شامل شکل‌دهی پاسخ فرکانسی برای سازگاری فرکانس با محیط اطراف در باند توقف و باند عبور مورد نظر و تابع هدف دیگر برای به حداقل رساندن سطح اوج لوب جانبی (*PSL*) است. نویسنده از روش جمع وزنی برای ادغام دو تابع هدف در یک تابع هدف واحد با استفاده از ضریب وزنی استفاده می‌کند. تابع هدف نهایی با استفاده از چارچوب بهینه‌سازی و الگوریتم نزول مختصات (*CD*) به همراه استفاده از تبدیل فوریه سریع (*FFT*) به جای روش جستجوی جامع برای یافتن فاز بهینه در هر تکرار برای مرحله، فرآیند بهینه‌سازی را انجام می‌دهد که از نظر محاسباتی معقول و از نظر عملی قابل اجرا است. در نهایت، نویسنده عملاً روش پیشنهادی خود را با استفاده از یک پلت فرم رادیویی تعریف‌شده توسط رادیونرم‌افزار (*USRP*) آزمایش می‌کند و نتایج تجربی را در مقاله ارائه می‌کند. در مرجع [۱۱]، هدف نویسندگان طراحی یک دنباله غیر تناوبی با سطح پایین اوج گلبرگ جانبی (*PSL*)

در توابع خودهمبستگی و همبستگی متقابل آن است که با فرکانس باند عبور و باند توقف مورد نظر سازگار است. در این روش ابتدا مسئله بر اساس طراحی دنباله ای با *PSL* پایین در توابع خودهمبستگی و همبستگی متقابل فرموله می‌شود. متعاقباً، نویسندگان از روش *BSUM* برای حل مسئله بهینه‌سازی استفاده می‌کنند. در نهایت، رابطه بین تابع خودهمبستگی، *FFT* و *FFT* معکوس آن برای طراحی یک الگوریتم کارآمد استفاده می‌شود. در مرجع [۱۲]، الگوریتمی به نام *SCAN* برای طراحی شکل موج همزمان برای رادار *SISO* معرفی شده است. هدف آن شکل‌دهی پاسخ فرکانسی مطابق با باند توقف مورد نظر و قیدهای کاهش گلبرگ‌های جانبی در تابع همبستگی خود است. الگوریتم *SCAN* اساساً یک نسخه توسعه یافته از الگوریتم *CAN* است که باند توقف و گلبرگ‌های جانبی را در تابع خودهمبستگی در نظر می‌گیرد. ساختار *SCAN* بر اساس تبدیل فوریه سریع (*FFT*) است و الگوریتم را قادر می‌سازد تا دنباله‌های طولانی تولید کند و آن‌ها را در زمان واقعی به روز کند. یکی دیگر از مزایای این الگوریتم نقطه شروع تصادفی آن است. متعاقباً، نویسندگان نوع دیگری از الگوریتم *SCAN* به نام *WeSCAN* را معرفی کردند که کنترل بیشتری بر سطوح جانبی به قیمت هزینه‌های محاسباتی بالاتر ارائه می‌دهد. در مرجع [۱۳]، طراحی شکل موج گسسته برای رادار چند ورودی چند خروجی (*MIMO*) برای شکل‌دهی پاسخ فرکانسی با ایجاد باند توقف مورد نظر و کاهش مجموع سطح گلبرگ‌های جانبی (*ISL*) در محدوده مورد بحث قرار گرفته است. در این مقاله، نویسنده محدودیت *ISL* را در حوزه فرکانس با استفاده از رابطه پارسوال فرموله می‌کند. نویسنده با استفاده از ضرایب وزنی برای باند توقف و باند عبور، تابع هدف مسئله را یکپارچه کرده و آن را به حداقل می‌رساند. در این مقاله برای بهینه‌سازی از روش نزول مختصات (*CD*) و برای عملیات جستجو از روش تبدیل فوریه سریع (*FFT*) استفاده می‌شود. در مرجع [۱۶]، هدف نویسندگان این است که به طور همزمان نسبت لوب جانبی یکپارچه (*ISLR*) را در فضای مرد نظر بهینه کنند. برای این منظور، از یک روش بهینه‌سازی شکل‌دهی پرتو دو هدفه تحت قیدهای عملی مانند توان انتقالی کل، نسبت توان پیک به میانگین (*PAR*) و فاز گسسته شکل موج استفاده می‌کنند. رویکرد بهینه‌سازی مورد استفاده، روش نزول مختصات (*CD*) است و الگوریتمی به نام *UNIQUE* پیشنهاد می‌کنند. نوآوری در این مقاله در واقعیت نهفته است که شکل موج‌های طراحی شده قابلیت استفاده در سیستم‌های تصویربرداری رادار چهار بعدی با کاربرد در صنعت خودرو را دارند. بهینه‌سازی همزمان دو تابع هدف منجر به سازش بین مقادیر *ISLR* در محدوده و فضا می‌شود. در مرجع [۱۵]، مشابه مرجع [۱۶]، نویسنده تابع هدف را به عنوان نسبتی از الگوی پرتوی تشعشی زاویه-ای ناخواسته به الگوی پرتوی تشعشی زاویه‌ای مورد نظر فرموله می‌کند. هدف به حداقل رساندن این تابع از طریق جستجوی فاز گسسته با استفاده از ضرایب مشتق شده از *FFT* برای صورت و مخرج است. در نهایت، در هر تکرار، نویسنده از روش کاهش مختصات (*CD*) برای جایگزینی عناصر شکل موج با مقادیر بهینه شده برای به دست آوردن

(ب) اولین مسئله بهینه‌سازی

کمینه کردن ISL شکل موج طراحی شده:

$$\begin{aligned} \arg \min_{\tilde{X}} f_{objISL} &= \arg \min_{\tilde{X}} ISL_{MIMO}(\tilde{X}) \\ &= \arg \min_{\tilde{X}} \sum_{m=1}^M ISL(\tilde{x}_m) \\ &\quad + \sum_{m=1}^M \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq m}}^M ISL(\tilde{x}_m, \tilde{x}_l) \\ &\triangleq \arg \min_{\tilde{X}} \sum_{m=1}^M \sum_{\substack{k=1-N \\ k \neq 0}}^{N-1} |r_k(\tilde{x}_m)|^2 + \sum_{m=1}^M \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq m}}^M \sum_{k=1-N}^{N-1} |r_k(\tilde{x}_m, \tilde{x}_l)|^2 \\ &= \arg \min_{\tilde{X}} \left(\sum_{m=1}^M \sum_{\substack{k=1-N \\ k \neq 0}}^{N-1} \left| \sum_{\substack{n=1 \\ 1 \leq n \leq N \\ 1 \leq n+k \leq N}}^{N-k} x_{mn} x_{m(n+k)}^* \right|^2 \right. \\ &\quad \left. + \sum_{m=1}^M \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq m}}^M \sum_{k=1-N}^{N-1} \left| \sum_{\substack{n=1 \\ 1 \leq n \leq N \\ 1 \leq n+k \leq N}}^{N-k} x_{mn} x_{l(n+k)}^* \right|^2 \right) = \arg \min_{\tilde{X}} (I + II) \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن f_{objISL} تابع هدف ماتریس ISL شکل موج X است. پس از هر بار تکرار فرآیند بهینه‌سازی، با محاسبه این تابع با توجه به شکل موج بهینه X ، بهبود بهینه‌سازی نسبت به تکرار قبلی می‌تواند تصمیم‌گیری برای ادامه یا توقف فرآیند به دست می‌آید. $r_k(\tilde{x}_m)$ تابع همبستگی خودکار شکل موج آنتن m ام با تاخیر k را نشان می‌دهد و $r_k(\tilde{x}_m)$ نشان دهنده تابع همبستگی شکل موج آنتن m ام و l ام با تاخیر k است. $ISL(\tilde{x}_m)$ و $ISL(\tilde{x}_m, \tilde{x}_l)$ به ترتیب نشان دهنده مجموع سطوح گلبرگ جانبی تابع خودهمبستگی آنتن m ام و مجموع سطوح گلبرگ جانبی تابع همبستگی متقابل بین آنتن‌های m و l برای استفاده از روش بهینه‌سازی کاهش مختصات (CD) باید جملات I و II را بر حسب x_{td} و x_{td}^* و توان آن‌ها بیان کرد. اگر سایر عبارات در مسئله بهینه‌سازی به‌عنوان ثابت در نظر گرفته شوند یا وابستگی مستقیمی به x_{td} و x_{td}^* و توان آن‌ها نداشته باشند، آن‌گاه بر بهینه‌سازی با توجه به x_{td} تأثیری نمی‌گذارند و می‌توان آن‌ها را در فرآیند یافتن x_{td} بهینه، به منظور افزایش سرعت الگوریتم حذف کرد. همان‌طور که در مرجع [۲۶] نشان داده شده است، ما فرمول FFT معادلی برای مسئله بهینه‌سازی به شرح زیر خواهیم داشت که فرآیند جستجو را تا حد امکان سریع می‌کند:

(ج) دومین مسئله بهینه‌سازی

شکل‌دهی پاسخ فرکانس شکل موج طراحی شده به صورت زیر انجام خواهد شد:

شکل موج \bar{X} از شکل موج X با افزودن $N-I$ ستون صفر به نمونه‌های زمانی هر آنتن به دست می‌آید. این کار برای افزایش تعداد نقاط نمونه زمانی و در نتیجه افزایش وضوح پاسخ فرکانسی برای تعیین دقیق‌تر باند توقف انجام می‌شود. باند توقف W_{II} اساساً مجموعه‌ای از فرکانس‌های نرمالیزه شده نامطلوب هستند و انتظار می‌رود که پاسخ فرکانسی پس از بهینه‌سازی در آن فرکانس‌ها به طور قابل توجهی در مقایسه با فرکانس‌های دیگر به حداقل برسد.

شکل موج بهینه نهایی استفاده می‌کند. در مرجع [۱۷]، نویسندگان معیار طراحی الگوی تشعشع رادار را مشابه مرجع [۱۵] در نظر می‌گیرند که بهینه‌سازی مرکب $Spatial-ISLR$ است. اساساً نویسندگان طراحی شکل موج را با بهینه‌سازی در سه حوزه $Range-Spatial-ISLR$ ، $ISLR$ و پاسخ فرکانسی انجام می‌دهند. تمرکز اصلی شکل‌دهی الگوی پرتوی تشعشعی است و قیدهای آن شامل پوشش طیف فرکانس، عرض پرتو نیم‌توان، شباهت و توان ثابت است. محدودیت عرض پرتو نیم‌توان پاسخ خوبی را در جهت گلبرگ اصلی تضمین می‌کند و قید دامنه ثابت برای استفاده بهینه از توان انتقال محدود است. هدف قید شباهت نیز حفظ حداکثر متعامد بودن بین شکل موج‌ها در طول فرآیند شکل‌دهی الگوی پرتوی تشعشعی است. نوآوری‌های علمی در این مقاله شامل ادغام معیارهای ارزیابی از دو حوزه مختلف و معرفی یک چارچوب بهینه‌سازی جدید به نام $WISE$ است. ادغام معیارهای ارزیابی از حوزه‌های مختلف، پیچیدگی مسئله طراحی شکل موج را افزایش می‌دهد، که با چارچوب‌های موجود قابل حل نیست. این چارچوب جدید با استفاده از روش غیرمستقیم با کمک برنامه‌نویسی نیمه معین (SDP) به مسئله چند متغیره $NP-Hard$ و غیر محدب می‌پردازد.

۳- مبانی نظری و معادلات مسئله

مبانی نظری هر یک از پنج مسئله بهینه‌سازی که در این مقاله به آن‌ها پرداخته شده است به طور خلاصه در زیر آورده شده است. در قسمت بعدی، علاوه بر حل هر یک از این پنج مسئله بهینه‌سازی به صورت صریح و مستقل، نحوه ترکیب این مسائل و حل همزمان آن‌ها را با استفاده از الگوریتم $WISSO$ نشان خواهیم داد.

(الف) تعریف و نشانه‌گذاری شکل موج

ماتریس شکل موج X در رادار $CL-MIMO$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$X \triangleq [\bar{x}_1 \quad \bar{x}_2 \quad \dots \quad \bar{x}_N] = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \vdots \\ \bar{x}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1N} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{M1} & x_{M2} & \dots & x_{MN} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$x_{mn} = e^{j\varphi_l} \quad \varphi_l \in \{0, 1, 2, \dots, L-1\} \times \frac{2\pi}{L}$$

$$\bar{x}_n \triangleq \begin{bmatrix} x_{1n} \\ x_{2n} \\ \vdots \\ x_{Mn} \end{bmatrix}, n = 1, 2, \dots, N$$

$$\tilde{x}_m \triangleq [x_{m1} \quad x_{m2} \quad \dots \quad x_{mN}], m = 1, 2, \dots, M$$

که در آن M تعداد آنتن‌های فرستنده، N تعداد نمونه‌های زمانی در کد و L تعداد عناصر الفبای فاز گسسته است که مقادیر فازهای مختلف را نشان می‌دهد. عناصر ماتریس شکل موج X با x_{mn} نشان داده می‌شوند و m نمایانگر شاخص ردیف (آنتن) و n نشان دهنده ستون (نمونه زمانی) شاخص است. بنابراین، x_{mn} شکل موج در آنتن m در زمان n است. \tilde{x}_m و \bar{x}_l به ترتیب شکل موج آنتن فرستنده m و l در نمونه‌های $1, \dots, N$ همبستگی هستند. \bar{x}_n بردار شکل موج است که تمام آنتن‌های فرستنده را در زمان n نشان می‌دهد و φ_l فاز گسسته و $\{0, 1, 2, \dots, L-1\} \times \frac{2\pi}{L}$ الفبای فاز گسسته است.

مرجع [۲۶] نشان داده شده است، از فرمول FFT معادلی برای مسئله بهینه‌سازی به شرح زیر خواهیم داشت که روند جستجو را تا حد امکان سریع می‌کند:

$$\begin{aligned} & \arg \min_{x_{td}=e^{j\phi_l}} f_{objSpectral} \quad (۵) \\ & = \arg \min_{\phi_l} \sum_{l=1}^{L_{WU}} |FFT(\{e_{0tdk}, e_{1tdk}\}, L)|, L \geq 2 \\ & e_{0tdk} = e^{-j\frac{2\pi}{2N-1}(w_U(i)-1)(d-1)}, \quad e_{1tdk} = \sum_{n=d}^{2N-1} x_{tn} e^{-j\frac{2\pi}{2N-1}(w_U(i)-1)(n-1)} \end{aligned}$$

(د) سومین، چهارمین و پنجمین مسئله بهینه‌سازی شکل‌دهی پاسخ فضایی یا الگوی تشعشعی شکل موج طراحی شده برای سه گروه آنتن $M1$ ، $M2$ و $M3$ به طور جداگانه مورد نظر است. از دیدگاه مسائل بهینه‌سازی، این سه مسئله بهینه‌سازی یکسان هستند و فرمول مساوی دارند، اگرچه باید جداگانه حل شوند:

$$\begin{aligned} & P_m = \begin{bmatrix} P_{xm} \\ P_{ym} \\ P_{zm} \end{bmatrix} \quad (۶) \\ & r(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \end{bmatrix} \\ & a(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} a_1(\theta, \varphi) \\ a_2(\theta, \varphi) \\ \vdots \\ a_M(\theta, \varphi) \end{bmatrix}_{M \times 1} = \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} P_1^T r(\theta, \varphi)} \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} P_2^T r(\theta, \varphi)} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} P_M^T r(\theta, \varphi)} \end{bmatrix}_{M \times 1} \\ & A(\theta, \varphi) \triangleq a(\theta, \varphi) a^H(\theta, \varphi) \\ & g(x, \theta, \varphi) \triangleq \sum_{n=1}^N |a^H(\theta, \varphi) \bar{x}_n|^2 = \sum_{n=1}^N \bar{x}_n^H A(\theta, \varphi) \bar{x}_n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \Psi_U = \bigcup (\theta_{iU}, \varphi_{iU}) \\ & \Psi_D = \bigcup (\theta_{iD}, \varphi_{iD}) \\ & \arg \min_x f_{objBeamPattern(m)} \quad (۷) \\ & = \arg \min_x \left| \frac{\sum_{i=1}^{L_{\Psi_U}} \sum_{n=1}^N \bar{x}_n^H A(\theta_{iU}, \varphi_{iU}) \bar{x}_n}{\sum_{i=1}^{L_{\Psi_D}} \sum_{n=1}^N \bar{x}_n^H A(\theta_{iD}, \varphi_{iD}) \bar{x}_n} \right|_{(m)} \\ & = \arg \min_x \left| \frac{I}{II} \right|_{(m)} \end{aligned}$$

که در آن P_m بردار است که موقعیت آنتن m را نسبت به مبدأ مختصات نشان می‌دهد. $r(\theta, \varphi)$ یک بردار واحد است که به جهت مختصات کروی (θ, φ) اشاره می‌کند و ما قصد داریم بهره آرایه آنتن را در آن جهت محاسبه کنیم. $a(\theta, \varphi)$ و $A(\theta, \varphi)$ به ترتیب بردار و ماتریس هدایت آنتن‌های فرستنده در فرکانس حامل مربوط به طول موج λ هستند که با $r(\theta, \varphi)$ و موقعیت‌ها تراز شده‌اند. از آنتن‌های ۱ تا M به ترتیب. $g(x, \theta, \varphi)$ حاصل جمع سود آنتن‌ها با شکل موج X است که با (θ, φ) تراز شده است. برای اطلاعات بیشتر در مورد این فرمول و نحوه استخراج آن، به مراجع [۱۵، ۱۸، ۱۹، ۱۶] مراجعه کنید. $f_{objBeamPattern}$ از تقسیم مجموع بهره‌های آنتن در جهت‌های نامطلوب بر مجموع بهره‌ها در جهت‌های مطلوب به دست می‌آید. این بهینه‌سازی با هدف به حداقل رساندن سود آنتن در جهت‌های نامطلوب و به حداکثر رساندن آن‌ها در جهت‌های مطلوب است. Ψ_U مجموعه جهت‌هایی را نشان می‌دهد $(\theta_{iU}, \varphi_{iU})$ که نامطلوب در نظر گرفته می‌شوند، و هدف به حداقل رساندن بهره آنتن در این جهت‌ها است. Ψ_D نشان دهنده مجموعه‌ای از جهت‌ها $(\theta_{iD}, \varphi_{iD})$ است که مطلوب در نظر گرفته می‌شوند و هدف ما به حداکثر رساندن سود آنتن در این جهت‌ها است. L_{Ψ_U} تعداد عناصر در Ψ_U و L_{Ψ_D} تعداد عناصر

$$\arg \min_{x_{td}=e^{j\phi_l}} f_{objISL} \quad (۲)$$

$$\begin{aligned} & = \arg \min_{\phi_l} \left(\sum_{k=1}^{N-1} |FFT(\{a_{0tdk}, a_{1tdk}, a_{2tdk}\}, L)|^2 \right. \\ & + \sum_{\substack{l=1 \\ m=t}}^M \sum_{k=1-N}^{N-1} |FFT(\{b_{0tdk}, b_{1tdk}\}, L)|^2 \\ & + \left. \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq t}}^M \sum_{k=1-N}^{N-1} |FFT(\{c_{0tdk}, c_{1tdk}\}, L)|^2 \right), L \geq 3 \\ & = \arg \min_{\phi_l} \left(\sum_{k=1}^{N-1} |FFT(\{a_{0tdk} + a_{2tdk}, a_{1tdk}\}, L)|^2 \right. \\ & + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq m}}^M \sum_{k=1-N}^{N-1} |FFT(\{b_{0tdk}, b_{1tdk}\}, L)|^2 \\ & + \left. \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq t}}^M \sum_{k=1-N}^{N-1} |FFT(\{c_{0tdk}, c_{1tdk}\}, L)|^2 \right), L = 2 \\ & a_{0tdk} = x_{t(d+k)}^* \Big|_{\substack{1 \leq d \leq N \\ 1 \leq d+k \leq N}}, \quad a_{1tdk} = \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq d}}^{N-k} x_{tn} x_{t(n+k)}^* \quad a_{2tdk} = \\ & x_{t(d-k)} \Big|_{\substack{1 \leq d \leq N \\ 1 \leq d-k \leq N}}, \quad b_{0tdk} = x_{l(d+k)}^* \Big|_{\substack{1 \leq d+k \leq N \\ n \neq d-k}}, \quad b_{1tdk} = \\ & \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq d}}^{N-k} x_{tn} x_{l(n+k)}^* \Big|_{\substack{1 \leq n+k \leq N \\ 1 \leq n \leq N}}, \quad c_{0tdk} = \\ & \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq d-k}}^{N-k} x_{mn} x_{l(n+k)}^* \Big|_{\substack{1 \leq n+k \leq N \\ 1 \leq n \leq N}}, \quad c_{1tdk} = x_{m(d-k)} \Big|_{1 \leq d-k \leq N} \end{aligned} \quad (۳)$$

$$\begin{aligned} & \bar{X} \triangleq \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1N} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2N} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ x_{M1} & x_{M2} & \dots & x_{MN} & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \\ & x_{mn} = e^{j\phi_l} \Big|_{\phi_l \in \{0, 1, 2, \dots, L-1\} \times \frac{2\pi}{L}} \\ & w_U = \bigcup_{i=1}^{2N-1} i \\ & \frac{i}{2N-1} \in STOPBAND \\ & W_U = w_U \times \frac{2\pi}{2N-1}, \quad \left[\frac{Rad}{Sec} \right] \end{aligned} \quad (۴)$$

$$\begin{aligned} & \arg \min_x f_{objSpectral} = \arg \min_x \sum_{m=1}^M \sum_{k \in W_U} |\bar{X}_{mk}| \\ & = \arg \min_x \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^{L_{WU}} \left| \sum_{n=1}^{2N-1} x_{mn} e^{-j\frac{2\pi}{2N-1}(w_U(i)-1)(n-1)} \right| \end{aligned}$$

باند توقف مستقل از تعداد نمونه‌های زمانی (N) توسط باز خورد از محیط به صورت شناختی با مقادیر بین صفر تا یک تعیین می‌شود؛ به عنوان مثال باند توقف $(0.3, 0.5)$ به این معنی است که پاسخ فرکانسی برای همه فرکانس‌های نرمالیزه شده بین 0.3 و 0.5 باید به حداقل برسد. تابع هدف $f_{objSpectral}$ مجموع دامنه تبدیل فوریه گسسته (DFT) را در فرکانس‌های نامطلوب یا باند توقف نشان می‌دهد که قصد داریم آن را کمینه کنیم. W_U بردار شاخص‌های مربوط به فرکانس‌های نرمالیزه شده در باند توقف است و w_U بردار فرکانس‌های زاویه‌ای در باند توقف است. هر دو w_U و W_U به تعداد نمونه‌های زمانی (N) و در نتیجه وضوح فرکانس بستگی دارند. L_{WU} نشان دهنده تبدیل فوریه گسسته (DFT) شکل موج آنتن m در فرکانس k که پاسخ فرکانسی شکل موج طراحی شده را در یک فرکانس خاص منعکس می‌کند. همانند قسمت قبل، برای استفاده از روش بهینه‌سازی نزول مختصات (CD) باید تابع هدف را بر حسب x_{td}^* و x_{td} آن‌ها بیان کرد. همان‌طور که در

صفر نشان می‌دهد که شکل موج‌ها مقادیر اولیه خود را دارند و هنوز هیچ فرآیند بهینه‌سازی روی آن‌ها انجام نشده است. از آنجایی که روش CD یک روش همگرا است، حداکثر مقدار تابع $f_{objTotal}^{(i)}$ در تکرار $i=0$ مقدار نهایی ۱ خواهد بود.

دلیل همگرایی این است که در هر تکرار الگوریتم، تابع هدف کل را در اطراف عنصر $x_{td} | 1 \leq t \leq M, 1 \leq d \leq N$ بهینه می‌کنیم، در حالی که عناصر دیگر را بدون تغییر نگه می‌داریم. برای مثال، با شروع از اولین تکرار $i=1$ ، تابع هدف کل را حول مقدار x_{11} بهینه می‌کنیم، و تعیین می‌کنیم که برای کدام مقدار فاز گسسته x_{11} تابع هدف کل را به حداقل می‌رساند. x_{11} را روی آن مقدار قرار می‌دهیم و در این تکرار، دیگر این عنصر را تغییر نمی‌دهیم. سپس به عنصر x_{21} می‌رویم و فرآیند را تکرار می‌کنیم و مشخص می‌کنیم که برای کدام مقدار فاز گسسته x_{21} تابع هدف کل را به حداقل می‌رساند، با توجه به این که مقدار آن در مرحله قبل به دلیل بهینه‌سازی x_{11} کمی کاهش یافته است. این فرآیند را تا رسیدن به عنصر x_{MN} ادامه می‌دهیم، جایی که تعیین می‌کنیم برای کدام مقدار فاز گسسته x_{MN} تابع هدف کل را به حداقل می‌رساند، با توجه به این که مقدار آن در تمام مراحل قبلی به دلیل بهینه‌سازی $x_{td} | 1 \leq t \leq M, 1 \leq d \leq N$ به‌طور متوالی کاهش یافته است. کل این فرآیند یک تکرار از الگوریتم بهینه‌سازی بر اساس روش CD در نظر گرفته می‌شود. به این ترتیب در پایان هر تکرار، مقدار تابع هدف کل یا کاهش می‌یابد یا بدون تغییر باقی می‌ماند. با توجه به این که تابع هدف محدود است، بر اساس قضیه ریاضی همگرایی، می‌توان از کران‌داری و یکنوایی تابع، همگرایی آن را استنباط کرد.

معادله زیر بیانگر مسئله بهینه‌سازی وزنی هم‌زمان برای شکل موج رادار $WS-MIMO$ به منظور شکل دادن به الگوی تشعشعی، پاسخ فرکانس و کاهش ISL است، با در نظر گرفتن دو محدودیت دامنه ثابت و فاز گسسته در تکرار i ، یا مسئله بهینه‌سازی هدف گذاری شده توسط الگوریتم $WISSO$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & \arg \min_{x_{td}} f_{objTotal}^{(i)} \quad (10) \\ & = \arg \min_{x_{td}} \left(\theta_{ISL} \frac{f_{objISL}^{(i)}}{f_{objISL}^{(0)}} + \theta_{Spectral} \frac{f_{objSpectral}^{(i)}}{f_{objSpectral}^{(0)}} \right. \\ & \quad \left. + \sum_{m=1}^3 \theta_{Spatial(m)} \frac{\left| \frac{FFT(\{g_{0td}, g_{1td}, g_{2td}\}, L)}{FFT(\{h_{0td}, h_{1td}, h_{2td}\}, L)} \right|_{(m)}}{f_{objSpatial(m)}^{(0)}} \right) \\ & = \arg \min_{\phi_l} \left(\theta_{ISL} \frac{I}{f_{objISL}^{(0)}} \right. \\ & \quad \left. + \theta_{Spectral} \frac{\sum_{i=1}^{L_{uv}} |FFT(\{e_{0tdk}, e_{1tdk}\}, L)|}{f_{objSpectral}^{(0)}} \right. \\ & \quad \left. + \sum_{m=1}^3 \theta_{Spatial(m)} \frac{\left| \frac{FFT(\{g_{0td}, g_{1td}, g_{2td}\}, L)}{FFT(\{h_{0td}, h_{1td}, h_{2td}\}, L)} \right|_{(m)}}{f_{objSpatial(m)}^{(0)}} \right), L \geq 3 \end{aligned}$$

در Ψ_D است. تعداد این عناصر توسط زوایای مشخص شده مطلوب و نامطلوب تعیین می‌شود که می‌تواند مقادیر منفرد، مضرب یا فواصل ارائه شده توسط کاربر یا آموخته از بازخورد محیطی باشد. وضوح زاویه-ای تحت تأثیر تعداد عناصر آنتن و آرایش آن‌ها قرار می‌گیرد. تابع هدف بهینه‌سازی برای الگوی تابش از دو قسمت مشابه تشکیل شده است که به صورت I و II نشان داده می‌شود. قسمت I و II به ترتیب با مجموع افزایش آنتن در زوایای نامطلوب و مطلوب مطابقت دارد. از آنجایی که این دو بخش فقط در مقادیر زاویه متفاوت هستند، فرآیند بهینه‌سازی برای یکی از آن‌ها انجام می‌شود و سپس از نتایج برای تعمیم برای دیگری استفاده می‌شود. همان‌طور که در ضمیمه نشان داده شده است، فرمول FFT معادلی برای مسئله بهینه‌سازی به شرح زیر خواهیم داشت که روند جستجو را تا حد امکان سریع می‌کند:

$$\begin{aligned} & \arg \min_x f_{objSpatial(m)} \quad (8) \\ & = \begin{cases} \arg \min_{\phi_l} \left| \frac{FFT(\{g_{0td}, g_{1td}, g_{2td}\}, L)}{FFT(\{h_{0td}, h_{1td}, h_{2td}\}, L)} \right|_{(m)}, & L \geq 3 \\ \arg \min_{\phi_l} \left| \frac{FFT(\{g_{0td} + g_{2td}, g_{1td}\}, L)}{FFT(\{h_{0td} + h_{2td}, h_{1td}\}, L)} \right|_{(m)}, & L = 2 \end{cases} \\ & g_{0td} = \sum_{m=1}^M A_{Umt} x_{md}^*, g_{1td} = A_{Utt} + \\ & \sum_{m=1}^M x_{md}^* \sum_{l=1}^M A_{Uml} x_{ld} + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M x_{mn}^* \sum_{l=1}^M A_{Uml} x_{ln}, \\ & g_{2td} = \sum_{m=1}^M A_{Utm} x_{md} \\ & h_{0td} = \sum_{m=1}^M A_{Dmt} x_{md}^*, h_{1td} = A_{Dtt} + \\ & \sum_{m=1}^M x_{md}^* \sum_{l=1}^M A_{Dml} x_{ld} + \\ & \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M x_{mn}^* \sum_{l=1}^M A_{Dml} x_{ln}, h_{2td} = \sum_{m=1}^M A_{Dtm} x_{md}^* \end{aligned}$$

۴- روش پیشنهادی

الگوریتم $WISSO$ (*Widely Separated ISL, Spectral & Spatial response Optimization*) به معنی بهینه‌سازی پاسخ طیفی، فضایی و کاهش اثر گلبرگ فرعی کد در رادارهای $WS-MIMO$ است. تاکنون تئوری و روش‌های شبیه‌سازی برای هر یک از پنج مسئله بهینه‌سازی به صورت جداگانه و جامع توضیح داده شده است. اکنون، می‌خواهیم الگوریتم نوآورانه $WISSO$ را معرفی کنیم و نشان دهیم که چگونه می‌توانیم هر پنج مسئله را به طور هم‌زمان با استفاده از روش وزن‌دار نرمالیزه شده مبتنی بر پارتو بهینه کنیم. این مسائل را هم‌زمان با در نظر گرفتن ضرایب وزنی، بهینه خواهیم کرد. وزن‌ها اعدادی بین صفر و یک هستند که نشان دهنده اهمیت هر مسئله بهینه‌سازی نسبت به دو مورد دیگر است و مجموع این وزن‌ها یک خواهد بود. به عنوان مثال، زمانی که شکل دادن به الگوی تشعشعی دقیق برای ما حیاتی‌تر است، وزن بیشتری به آن اختصاص می‌دهیم. قبل از پرداختن به مسئله بهینه‌سازی پنج‌گانه، اجازه دهید تابع هدف کلی را که قصد بهینه‌سازی آن را داریم به صورت زیر تعریف کنیم:

$$\begin{aligned} f_{objTotal}^{(i)} & = \theta_{ISL} \frac{f_{objISL}^{(i)}}{f_{objISL}^{(0)}} + \theta_{Spectral} \frac{f_{objSpectral}^{(i)}}{f_{objSpectral}^{(0)}} \quad (9) \\ & \quad + \sum_{m=1}^3 \theta_{Spatial(m)} \frac{f_{objSpatial(m)}^{(i)}}{f_{objSpatial(m)}^{(0)}} \end{aligned}$$

عبارت $f_{objTotal}^{(i)}$ به تابع هدف کلی مسئله بهینه‌سازی پنج‌گانه در این مقاله اشاره دارد. متغیر i بیانگر تعداد تکرار الگوریتم است. تکرار

۲. محاسبه مقدار $f_{objTotal}^{(0)}$ طبق رابطه (۱۰) برای شکل موج اولیه

۳. تنظیم $i=I$

۴. شروع حلقه I برای M و $t=I$ که $\{M = M_1 \cup M_2 \cup M_3\}$

۵. شروع حلقه II برای $d=I$ و N

۶. محاسبه مجموعه ضرایب $\{a_{0tdk}, a_{1tdk}, a_{2tdk}\}, \{b_{0tdk}, b_{1tdk}\}$

$\{c_{0tdk}, c_{1tdk}\}, \{e_{0tdk}, e_{1tdk}\}, \{g_{0td}, g_{1td}, g_{2td}\}_{(1,2,3)}$

$\{h_{0td}, h_{1td}, h_{2td}\}_{(1,2,3)}$ با توجه به معادلات مربوطه و عناصر

ماتریس شکل موج X

۷. محاسبه سطرهای ماتریس $L \times I$ و FFT های L نقطه‌ای برای $f_{objTotal}$

طبق رابطه (۱۱) و مقایسه تا کوچکترین ردیف

۸. محاسبه φ_l^* با استفاده از شاخص ردیف یافت شده $l^* - l^*$ و $\varphi_l^* =$

$$1) \frac{2\pi}{L}$$

۹. به روز رسانی عنصر x_{td} از ماتریس X با توجه به رابطه $x_{td} =$

$$x_{td}^* = e^{j\varphi_l^*}$$

۱۰. پایان حلقه II

۱۱. پایان حلقه I

۱۲. محاسبه مقدار $f_{objTotal}^{(0)}$ طبق رابطه (۱۰) برای شکل موج بهینه شده

X در تکرار i

۱۳. در حالی که شرط $\xi > f_{objTotal}^{(i)} - f_{objTotal}^{(i-1)}$ برقرار باشد،

افزایش $i=i+1$ و بازگشت به گام ۴؛ در غیر این صورت رفتن به گام

بعدی

۱۴. خروجی شکل موج X در پایان تکرار i (پایان الگوریتم)

$$\begin{aligned} & I \sum_{k=1-N}^{N-1} |FFT(\{a_{0tdk}, a_{1tdk}, a_{2tdk}\}, L)|^2 \\ & + \sum_{l=1}^M \sum_{k=1-N}^{N-1} |FFT(\{b_{0tdk}, b_{1tdk}\}, L)|^2 \\ & + \sum_{m=1}^M \sum_{k=1-N}^{N-1} |FFT(\{c_{0tdk}, c_{1tdk}\}, L)|^2 \\ & = \arg \min_{\varphi_l} \left(\theta_{ISL} \frac{II}{f_{objISL}^{(0)}} \right. \\ & \left. + \theta_{Spectral} \frac{\sum_{l=1}^{L_{wU}} |FFT(\{e_{0tdk}, e_{1tdk}\}, L)|}{f_{objSpectral}^{(0)}} \right. \\ & \left. + \sum_{m=1}^3 \theta_{Spatial(m)} \frac{|FFT(\{g_{0td}, g_{1td}, g_{2td}\}, L)|}{|FFT(\{h_{0td}, h_{1td}, h_{2td}\}, L)|^{(m)}} \right), L=2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & II \sum_{k=1-N}^{N-1} |FFT(\{a_{0tdk} + a_{2tdk}, a_{1tdk}\}, L)|^2 \\ & + \sum_{l=1}^M \sum_{k=1-N}^{N-1} |FFT(\{b_{0tdk}, b_{1tdk}\}, L)|^2 \\ & + \sum_{m=1}^M \sum_{k=1-N}^{N-1} |FFT(\{c_{0tdk}, c_{1tdk}\}, L)|^2 \end{aligned}$$

از آنجایی که شکل موج دو قید دارد، فاز گسسته و دامنه ثابت، x_{td} را می توان به صورت $e^{j\varphi_l}$ بیان کرد. بنابراین، به جای یافتن x_{td} ، می توانیم φ_l را پیدا کنیم که تابع هدف کل را به حداقل می - رساند. این کار با گرفتن FFT بر نقاط L انجام می شود. توجه داشته باشید که حاصل تمام عبارتهای معادله مذکور یک ماتریس $L \times I$ است. با مقایسه ردیفهای L این ماتریس، شاخص l که تابع هدف کل برای آن به حداقل رسیده است، برای تخصیص x_{td} استفاده می شود؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$x_{td} = x_{td}^* = e^{j\varphi_l^*} = e^{j(l^*-1)\frac{2\pi}{L}} \Big|_{l=\arg \min_{l \in \{1,2,\dots,L\}} f_{objTotal}^{(0)}}$$

با توجه به ماهیت روش کاهش مختصات (CD) توجه به این نکته مهم است که تا لحظه مورد نظر، تنها یک عنصر، یعنی x_{td} که شکل موج آنتن t را در زمان d نشان می دهد، بهینه شده است. برای تکمیل فرآیند بهینه سازی، این کار باید برای همه آنتنهای فرستنده و در تمام موارد $d \in \{1, 2, \dots, N\}$ و $t \in \{1, 2, \dots, M\}$ انجام شود. فرآیند بهینه سازی برای همه موارد زمانی و همه آنتنهای فرستنده، یک تکرار از یک الگوریتم CD تکرار شونده را تشکیل می دهد که منجر به بهینه سازی کل شکل موج می شود. سپس تابع هدف کل شکل موج بهینه شده محاسبه شده و با مقدار آن در تکرار قبلی مقایسه می - شود. اگر از یک آستانه معین پایین تر باشد، فرآیند بهینه سازی متوقف می شود. در غیر این صورت، کل فرآیند برای تکرار بعدی انجام می شود. الگوریتم کل این فرآیند در زیر توضیح داده شده است:

الگوریتم $WISSO$

ورودی ها: $\xi, \theta_{ISL}, \theta_{Spectral}, \theta_{Spatial(1,2,3)}$

خروجی: ماتریس شکل موج بهینه شده X

۱. راه اندازی شکل موج X به صورت تصادفی و آستانه توقف ξ

۵- نتایج شبیه سازی

در این بخش از مقادیر پیش فرض زیر در شبیه سازی ها استفاده

شده است:

• $M=12$ (تعداد کل آنتن های فرستنده شامل ۳ مجموعه CL -

$MIMO$ است که هر کدام دارای ۴ آنتن می باشد.)

• $N=256$ (طول دنباله کد)

• $L=64$ (تعداد عناصر الفبای فاز گسسته)

• $\xi=1/1000$ (شرط خاتمه الگوریتم بهینه سازی)؛ اگر سطح

بهینه سازی تابع هدف کل در تکرار i در مقایسه با تکرار $i-1$ کمتر

از این مقدار باشد، به این معنی است که بهینه سازی به حد نهایی

خود رسیده است و تکرارهای بعدی بهینه سازی را به طور قابل

توجهی بهبود نمی بخشد.

• زوایای نامطلوب و دلخواه برای:

○ اولین مجموعه آنتنهای $CL-MIMO$ ، یعنی M_1 برابر است

با $\Psi_{U(1)} = [90], \Psi_{D(1)} = [\emptyset]$

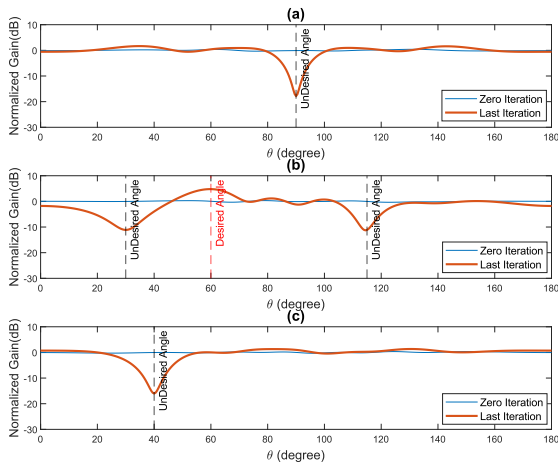
○ دومین مجموعه آنتنهای $CL-MIMO$ ، یعنی M_2 برابر

است با $\Psi_{U(1)} = [30, 115], \Psi_{D(1)} = [60]$

○ سومین مجموعه آنتنهای $CL-MIMO$ ، یعنی M_3 برابر

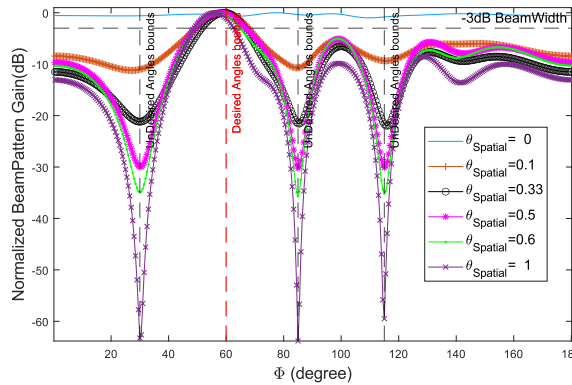
است با $\Psi_{U(1)} = [40], \Psi_{D(1)} = [\emptyset]$

• باند توقف طیفی نرمال شده برای:



شکل ۵- پاسخ الگوی پرتو تابشی آنتن‌ها در هر مجموعه فرستنده سه گانه *CL-MIMO* برای (a) دسته ۱، (b) دسته ۲ و (c) دسته ۳

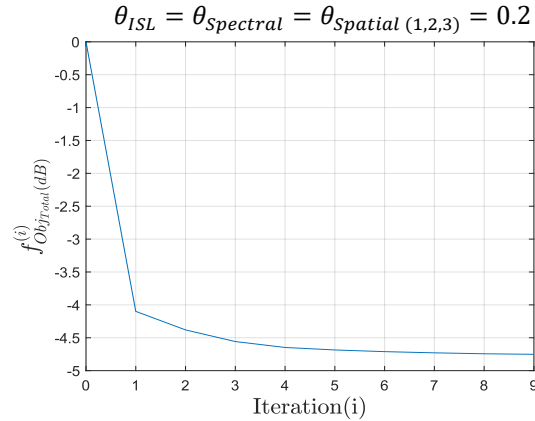
شکل شکل سطح همگرایی و بهینه‌سازی کل تابع هدف نرمالیزه شده در ۹ تکرار را نشان می‌دهد. با توجه به ضرایب مساوی برای هر پنج مسئله بهینه‌سازی، پیش‌بینی می‌شود که *ISL* به مقدار مورد نظر برسد (شکل)، پاسخ فرکانسی متناسب با باند توقف طیفی (شکل) باشد، و الگوی تابش با زوایای دلخواه و ناخواسته همسو شود و حداقل و حداکثر نقاط را با اختلاف تقریباً 20 dB نشان می‌دهد (شکل). ضرایب وزنی نابرابر تأکید بهینه‌سازی به سمتی که ضریب بزرگتر دارد را تغییر می‌دهد.



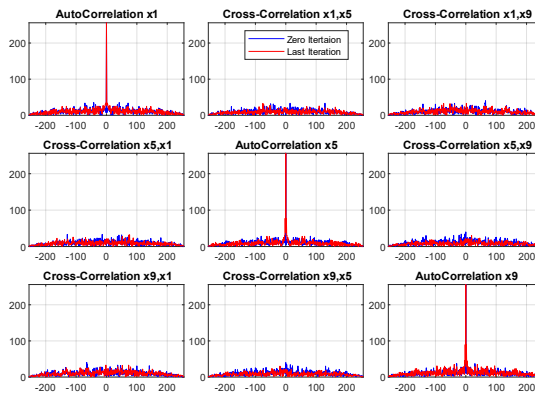
شکل ۶- مقایسه پاسخ‌های پرتو برای مجموعه‌ای از *CL-MIMO* با ۸ آنتن فرستنده، با استفاده از مقادیر مختلف ضریب وزنی

همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، عمق نال و قله‌های الگوی پرتوی تشعشی به دلیل تغییر ضریب وزنی از ۰ تا ۱، از همه-جهتی تا جهتی تغییر می‌کند. در این‌جا به بیان یک مثال از ترکیب طراحی شکل موج شناختی با یک تکنیک قدیمی محافظت الکترونیک در مقابل با آفند ضد تشعشع (موشک‌های ضد تشعشع)^۱ به نام چشمک‌زن^۲ می‌پردازیم. در این مثال فرض می‌کنیم یک رادار *WS- MIMO* متشکل از سه ایستگاه فرستنده *CL-MIMO* مشابه شکل موجود است و یک *ARM* به سمت آن پرتاب شده است.

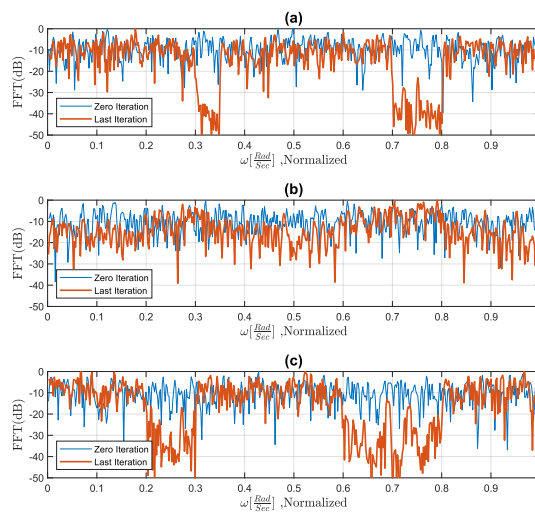
- اولین مجموعه آنتن‌های *CL-MIMO*، یعنی M_1 برابر است با $W_{U(1)} = [(0.3, 0.35) \cup (0.7, 0.8)]$
- دومین مجموعه آنتن‌های *CL-MIMO*، یعنی M_2 برابر است با $W_{U(1)} = [\emptyset]$
- سومین مجموعه آنتن‌های *CL-MIMO*، یعنی M_3 برابر است با $W_{U(1)} = [(0.2, 0.3) \cup (0.6, 0.8)]$



شکل ۷- سطح همگرایی و بهینه‌سازی کل تابع هدف نرمال شده



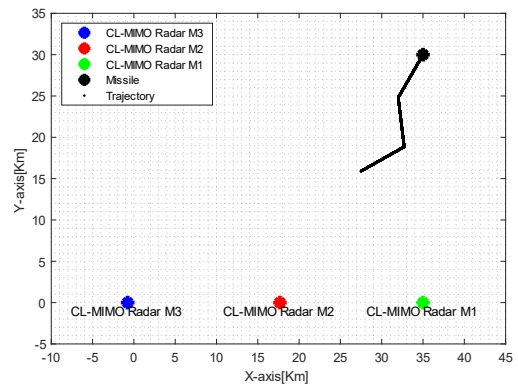
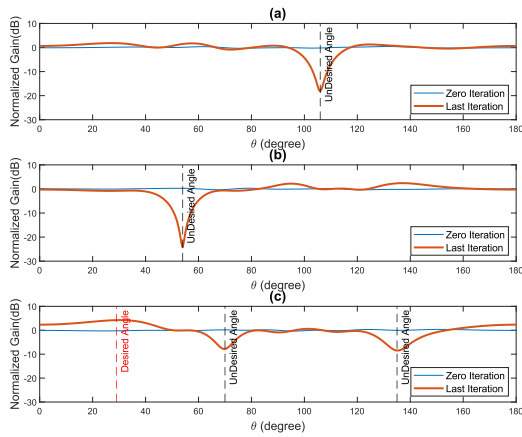
شکل ۸- همبستگی خودکار/متقابل شکل موج های اولین آنتن در هر یک از سه مجموعه *CL-MIMO* (آنتن‌های ۱، ۵، و ۹)



شکل ۹- پاسخ طیفی شکل موج از آنتن اول در هر یک از سه مجموعه *CL-MIMO* برای (a) آنتن ۱، (b) آنتن ۵ و (c) آنتن ۹

² Blinking

¹ Anti Radiation Missile (ARM)



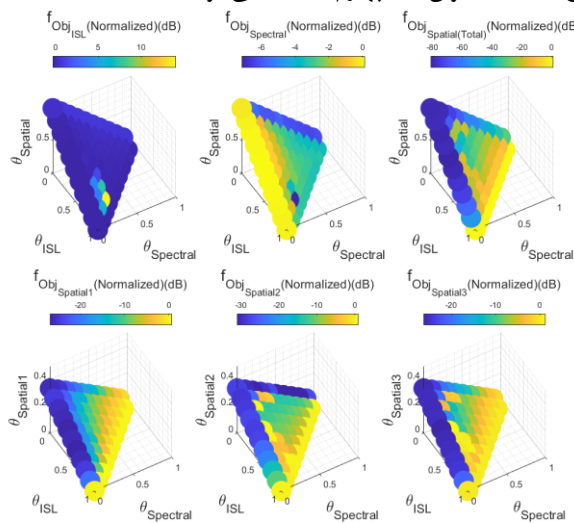
شکل ۷- مجموعه رادار *WS-MIMO* متشکل از سه نود ارسال *CL-MIMO* و موشک ضد تشعشع (*ARM*)

شکل ۸- پاسخ الگوی پرتو تابشی آنتن‌ها در هر مجموعه فرستنده سه گانه *CL-MIMO* در مرحله سوم ردگیری چشمک‌زن برای (a) دسته ۱، (b) دسته ۲ و (c) دسته ۳

در مرحله اول فرض می‌شود پس از آشکارسازی اولیه موشک توسط پترن همه‌جهته همه دسته آنتن‌ها، برای ردگیری بهتر به جای بیم همه‌جهته، دسته آنتن *M1* با شکل‌دهی پرتوی تشعشعی بیم جهتی به سمت موشک تشکیل می‌دهد. در این حالت دو دسته *M2* و *M3* بیم تقریباً همه‌جهته تشکیل داده و به سمت زاویه ورود موشک نال ایجاد می‌کنند. این شکل‌دهی الگوی پرتوی تشعشعی با کمک طراحی شکل موج را در شکل مشاهده کرده‌اید. در این حالت موشک مدت زمانی را به سمت *M1* حرکت می‌کند. در مرحله دوم دسته آنتن *M2* به جای بیم جهتی توسط شکل‌دهی الگوی پرتوی تشعشعی با کمک طراحی شکل موج شناختی به سمت موشک ایجاد کرده و دو دسته دیگر *M1* و *M3* به سمت هدف نال ایجاد می‌کنند که در شکل مشاهده می‌شود. همچنین در مرحله سوم نیز دسته آنتن *M3* به جای بیم جهتی توسط شکل‌دهی الگوی پرتوی تشعشعی با کمک طراحی شکل موج شناختی به سمت موشک ایجاد کرده و دو دسته دیگر *M1* و *M2* به سمت هدف نال ایجاد می‌کنند که در شکل مشاهده می‌شود. در مجموع با تکرار این سناریو، تکنیک چشمک‌زن برای فرستنده‌های رادار *WS-MIMO* به صورت شناختی اجرا شده و هدف (*ARM*) مورد نظر، گمراه خواهد شد. البته با ایجاد فرستنده‌های جعلی ارزان قیمت (به عنوان قربانی) در نزدیکی نودهای فرستنده اصلی، میتوان این عملیات را تکمیل کرد که موضوع این مثال ما نیست.

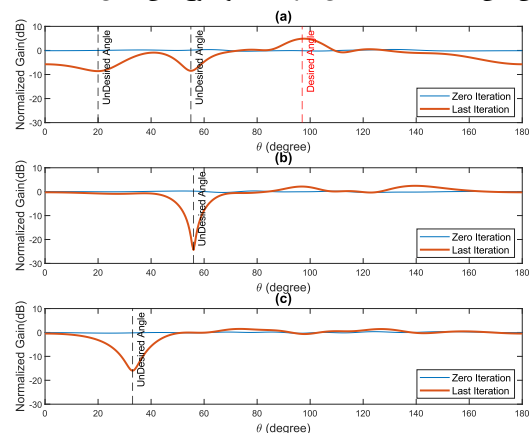
۶- معیارهای کمی برای عملکرد بهینه سازی

ارائه معیارهای کمی و بررسی تأثیر ضرایب وزنی θ_{ISL} ، $\theta_{Spectral}$ و $\theta_{Spatial(1,2,3)}$ و $\theta_{Spatial(1,2,3)}$ بهینه‌سازی هر یک از ۵ تابع هدف در مسئله بهینه‌سازی ترکیبی (*ISL*)، پاسخ فرکانس، و الگوی پرتوی تشعشعی) با استفاده از الگوریتم *WISSO* در این قسمت نشان داده شده است. فراتر از توسعه بهینه‌سازی کلی، چگونگی حصول ضرایب وزنی بهینه‌سازی هر یک از ۵ تابع هدف مشخص شده تحلیل شود. این کار موجب می‌شود تا محدوده‌ها و مرزهای مناسب برای هر ضریب وزنی، متناسب با کاربردهای خاص، از پیش تعریف کرد و اطمینان حاصل کرد که الزامات بهینه‌سازی برای هر ۵ مسئله برآورده شده و در نتایج مطلوب حاصل می‌شود. از آنجایی که هر قسمت شامل ۴ متغیر، شامل ۳ ضریب وزنی و مقدار تابع هدف است، معادله باید ۴ بعدی باشد. بنابراین، سه ضریب وزنی $\theta_{Spatial(1,2,3)}$ و $\theta_{Spectral}$ ، θ_{ISL} در یک سیستم مختصات سه بعدی نشان داده شده و از رنگ برای نشان دادن مقدار تابع هدف به عنوان بعد چهارم استفاده می‌شود.



شکل ۱۰- ارائه یک معیار کمی و بررسی ضرایب وزنی θ_{ISL}

شکل ۸- پاسخ الگوی پرتو تابشی آنتن‌ها در هر مجموعه فرستنده سه گانه *CL-MIMO* در مرحله دوم ردگیری چشمک‌زن برای (a) دسته ۱، (b) دسته ۲ و (c) دسته ۳



شکل ۸- پاسخ الگوی پرتو تابشی آنتن‌ها در هر مجموعه فرستنده سه گانه *CL-MIMO* در مرحله دوم ردگیری چشمک‌زن برای (a) دسته ۱، (b) دسته ۲ و (c) دسته ۳

۷- زمان محاسباتی و پیچیدگی الگوریتم WISSO

یکی از نوآوری‌های این مقاله تبدیل مسئله بهینه‌سازی ترکیبی ۵ هدفه به پنج مسئله بهینه‌سازی مجزا با ضرایب وزنی موازی و مستقل است. همچنین معیاری برای انتخاب مقادیر بهینه برای این ضرایب معرفی می‌کند. یکی از مزایای این روش، توانایی حل همزمان پنج یا چند مسئله بهینه‌سازی، موازی‌سازی مسیرهای اجرا برای هر مسئله بهینه‌سازی و در نتیجه کاهش زمان اجرای کلی است. در این رویکرد، تعداد مسائل بهینه‌سازی مهم نیست. در عوض، حداکثر زمان اجرای مسائل بهینه‌سازی نسبت به یکدیگر ضروری است. برای کاهش کل زمان اجرای الگوریتم، نه تنها باید زمان اجرای هر مسئله بهینه‌سازی کاهش یابد، بلکه باید زمان اجرای مسئله با طولانی‌ترین زمان اجرا نیز به حداقل برسد. در غیر این صورت، کاهش زمان اجرای هر مسئله بهینه‌سازی بدون در نظر گرفتن مشکل با طولانی‌ترین زمان اجرا، تاثیر کمی در کاهش زمان اجرای کلی الگوریتم خواهد داشت. در پایان این بخش، زمان اجرای واقعی الگوریتم WISSO در دو حالت سریال و موازی برای پیکربندی‌های مختلف از نظر تعداد آنتن (M)، طول دنباله (N) و تعداد الفبای فاز عناصر (L) در جدول مقایسه شده است.

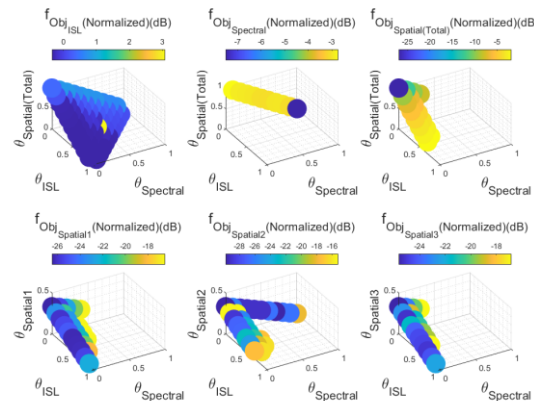
جدول ۲- زمان اجرای واقعی الگوریتم WISSO بر حسب ثانیه، در هر دو حالت سریال و موازی

M=12									
L →	2			16			64		
N ↓	Serial	Parallel	Iteration	Serial	Parallel	Iteration	Serial	Parallel	Iteration
32	2.89 1	2.43 2	4.3	3.51 2	2.86 9	4.9	4.01 5	3.20 5	5.4
64	7.32 3	6.20 6	4.2	7.64 48	6.43 6	5.2	8.26 4	6.89 88	6.2
12	21.2 21	18.5 72	4.8	24.0 48	20.4 02	6.4	22.0 62	19.3 88	5.8
25	48.6 25	39.0 83	5.2	34.6 01	29.0 39	5.1	33.1 45	27.0 6	5.3
51	126. 513	104. 095	5.9	122. 523	97.4 39	3.9	148. 532	119. 781	4.7
M=24									
L →	2			16			64		
N ↓	Serial	Parallel	Iteration	Serial	Parallel	Iteration	Serial	Parallel	Iteration
32	7.92 1	6.23 2	4.2	8.70 1	6.99 5	5.1	9.46 5	7.08 9	5.1
64	13.4 57	11.0 44	4.7	17.4 73	13.9 17	5.2	19.0 73	15.1 14	5.7
12	38.2 15	34.8 43	4.8	36.7 92	28.9 62	5.9	37.3 71	29.0 95	5.8
25	69.5 42	58.8 83	5.4	81.3 61	69.4 21	4.9	82.4 5	68.8 54	5.4
51	227. 334	189. 952	6.1	247. 826	204. 902	4.1	251. 338	207. 795	4.8

نکته ۱: منظور ما از "Iteration" تعداد تکرارهای الگوریتم برای برآوردن شرط پایان $\epsilon=0.001$ است.

نکته ۲: ستون‌های "Serial" و "Parallel" به زمان مورد نیاز برای اجرای الگوریتم WISSO در حالت سریال و موازی اشاره دارد. حالت

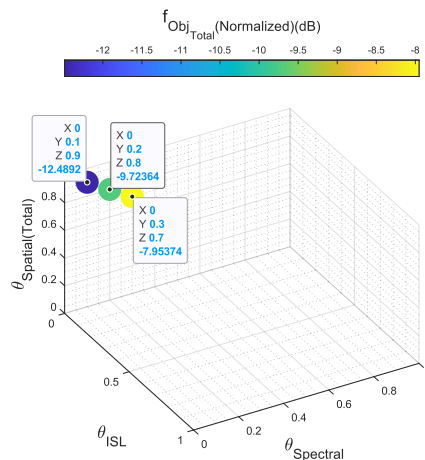
اصطلاح "نرمالیزه شده" در شکل به تقسیم مقدار نهایی تابع هدف، به دست آمده پس از بهینه‌سازی در تکرار i ، بر مقدار تابع هدف برای شکل موج اولیه در تکرار صفر اشاره دارد. با توجه به کاربرد، امکان تعیین مرزهای بهینه‌سازی برای هر یک از ۵ تابع هدف وجود دارد. با کمک این مرزها می‌توان مناطق خاصی را شناسایی کرد. در نهایت با تقاطع این مناطق، منطقه‌ای به دست می‌آید که هر ۵ شرط مشخص شده در آن برآورده می‌شود و می‌توان برای هر یک انتخاب مناسبی انجام داد.



شکل ۱۱- نمایش متریک کمی با تعیین وزن‌های مورد نظر بر اساس مقادیر مرزی تعریف شده برای هر یک از توابع هدف نرمالیزه شده، شامل ISL، پاسخ فرکانسی و الگوی پرتوی تشعشعی کل و همچنین مجموعه آنتن ۱، مجموعه آنتن ۲، تنظیم آنتن ۳ در مسئله بهینه-

سازی ۵ هدفه با استفاده از الگوریتم WISSO

در شکل مرزهای $f_{Obj_{ISL}}$ ، $f_{Obj_{Spectral}}$ و هر یک از $f_{Obj_{Spatial(1,2,3)}}$ به ترتیب $5dB$ ، $-5dB$ و $-15dB$ هستند که منجر به ایجاد مناطق مصور دلخواه شد. همان‌طور که مشاهده می‌شود $f_{Obj_{Spatial(Total)}}$ عناصر مجموعه تقاطع بین هر منطقه $f_{Obj_{Spatial(1,2,3)}}$ است. در نهایت، همان‌طور که در شکل نشان داده شده $f_{Obj_{Total}}$ نیز با تقاطع بین مناطق $f_{Obj_{ISL}}$ ، $f_{Obj_{Spectral}}$ و $f_{Obj_{Spatial(Total)}}$ ساخته شده است.



شکل ۱۲- تابع هدف نرمال شده کلی در الگوریتم WISSO برای نقاط مشترک حاصل از تقاطع مناطق ISL نرمال شده، پاسخ فرکانسی و توابع هدف همه الگوهای پرتوی تشعشعی، مطابق با معادلات مرزی

سریال را می‌توان بر روی یک CPU تک‌هسته ای اجرا کرد، در حالی که حالت موازی به دلیل وجود ۵ مسئله بهینه‌سازی، حداقل به ۵ هسته نیاز دارد.

نکته ۳: تمام زمان‌های نشان داده شده در ستون‌های "Serial" و "Parallel" بر حسب ثانیه است.

نکته ۴: سخت‌افزاری که برای محاسبه این زمان‌ها استفاده شده است: Intel (R) Core (TM) i7-9750M CPU @ Basic Freq. 2.60 GHz, Max Freq. 3.3GHz, 6 Physical Cores & RAM 16GB

برای اندازه‌گیری پیچیدگی محاسباتی الگوریتم WISSO، ابتدا باید پیچیدگی محاسباتی هر یک از ۵ مسئله بهینه‌سازی را محاسبه کنیم. از آنجایی که هر ۵ مسئله به صورت موازی حل می‌شوند، پیچیدگی کلی برابر با حداکثر پیچیدگی خواهد بود. جدول پیچیدگی مجزا و کلی اجزای الگوریتم و همچنین پیچیدگی نهایی مسئله ترکیبی بهینه‌سازی پنج مسئله‌ای که در این مقاله به آن پرداخته شده است را نشان می‌دهد.

جدول ۳- ترتیب پیچیدگی برای الگوریتم WISSO و ۵ تابع هدف به طور جداگانه برای هر تکرار

تابع هدف	پیچیدگی برای هر هدف تکرار
f_{objISL}	$O\left(2\frac{(N-1)N}{2}\right) + O\left(\frac{(M-1)(2N-1)(4N-2)}{2}\right) + O((2(M-1)(2N-1) + (2N-2)) \times L \log_2 L)$
$f_{objSpectral}$	$= O((2N-1) \times L_{w_U}) + O(L \log_2 L \times L_{w_U}) = O((2N-1)^2 \times BW_{f_i}) + O((2N-1) \times L \log_2 L \times BW_{f_i})$
$f_{objSpatial(1,2,3)}^{(i)}$	$\begin{cases} O(2NM_{(1,2,3)}^2 + 2M_{(1,2,3)} - 4) + O(L_{\psi_D(1,2,3)}) \times O(M_{(1,2,3)}^2) + O(L_{\psi_U(1,2,3)}) \times O(M_{(1,2,3)}^2) + O(2 \times L \log_2 L) & i = 1 \\ O(2NM_{(1,2,3)}^2 + 2M_{(1,2,3)} - 4) + O(2 \times L \log_2 L) & i > 1 \end{cases}$
WISSO	$N \times \max\{M \times \{Complexity_{ISL}, Complexity_{Spectral}\}, M_{(1,2,3)} \times Complexity_{Spatial(1,2,3)}\}$

نکته ۱: همان‌طور که قبلاً تعریف شد L_{w_U} تعداد عناصر در W_U را نشان می‌دهد. تمام فواصل فرکانس نرمالیزه شده باند توقف فواصل فرکانسی انتخابی باند توقف و تعداد نقاط فرکانس قابل تشخیص بستگی دارد که از صفر تا $2N-1$ متغیر است.

نکته ۲: پهنای باند مجموع تمام بازه‌های فرکانس نرمال شده باند توقف BW_U است که مقداری بین صفر تا یک است.

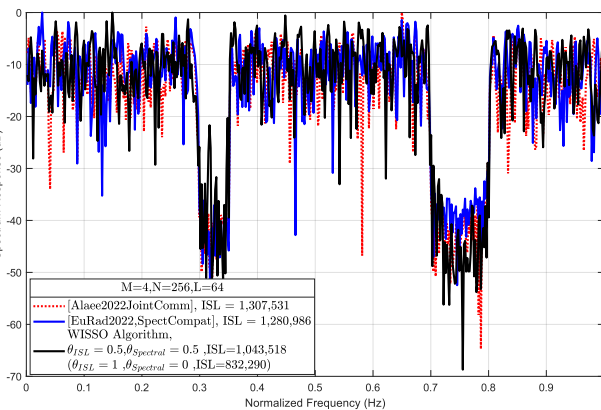
نکته ۳: فقط در اولین تکرار با رنگ قرمز و هایلایت شده، مشخص شده است.

نکته ۴: L_{ψ_U} و L_{ψ_D} تعداد زوایای نامطلوب و مطلوب (θ, φ) است

نکته ۵: از آنجایی که الگوریتم‌های هر یک از مسائل بهینه‌سازی به صورت موازی اجرا می‌شوند، پیچیدگی کلی را می‌توان حداکثر پیچیدگی هر یک از پنج مسئله در نظر گرفت که معمولاً به متغیرهای مسئله بستگی دارد. معمولاً ISL بیشترین تعداد محاسبات و پیچیدگی را خواهد داشت.

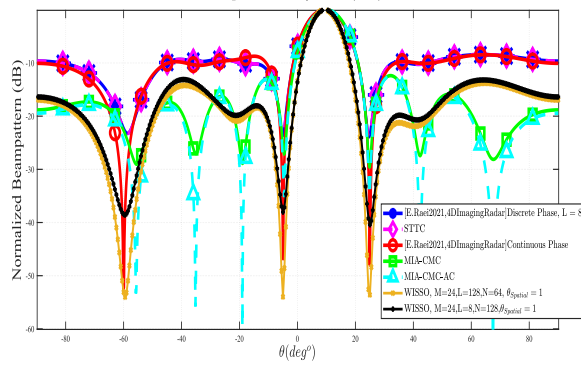
۸- مقایسه با آثار برجسته اخیر

همان‌طور که گفته شد، به دلیل این که این مقاله در زمینه WS-MIMO پیشگام است، هیچ مقاله مشابهی وجود ندارد که به ما اجازه دهد نتایج خود را با آن‌ها مقایسه کنیم. بنابراین، باید یکی از سه مجموعه آنتن رادار WS-MIMO، یعنی آنتن‌های رادار CL-MIMO



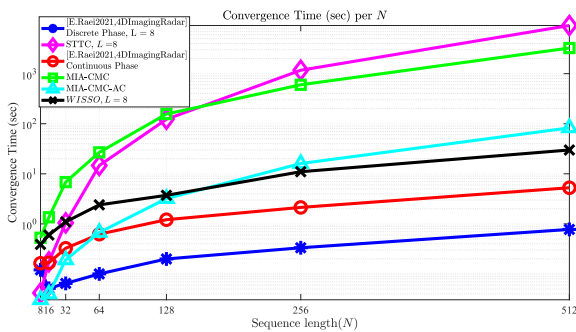
شکل ۱۳- مقایسه نتایج الگوریتم WISSO با مقالات در مراجع [۱۳] و [۱۴] با فرض $M=4, N=256, L=64$ در مسئله ترکیبی دوگانه برای کاهش ISL و شکل‌دهی پاسخ فرکانسی

از نظر مقدار ISL، WISSO دارای مقدار 1043518 است که به طور قابل توجهی کمتر از دو روش دیگر با مقادیر 1307531 و 1280986 است. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم WISSO در این بهینه‌سازی ۲ هدفه بهتر عمل می‌کند. مقایسه با دو مقاله دیگر با توجه به این که خود این دو مقاله از طریق نمودارهای مقایسه‌ای مختلف در خود نشان می‌دهند که روش‌های بهتری را ارائه می‌دهند، می‌توان استنباط کرد که WISSO یکی از بهترین روش‌های موجود در زمینه ترکیب دو مسئله بهینه‌سازی برای کاهش ISL و شکل‌دهی پاسخ فرکانسی است.



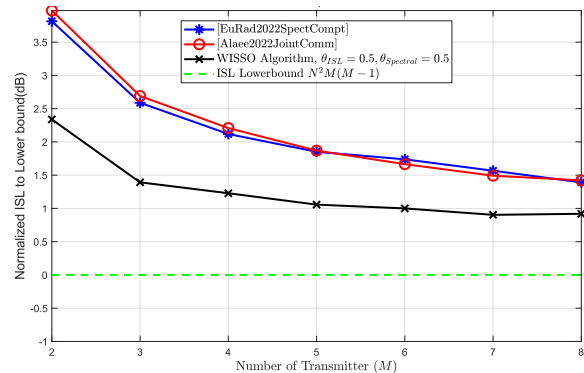
شکل ۱۶- مقایسه تک مسئله بهینه‌سازی شکل‌دهی الگوی پرتوی تشعشعی الگوریتم *WISSO* و سایر الگوریتم‌ها، با فرض $M=8$ (در اولین مجموعه آنتن‌های فرستنده *WIS-MIMO*)، $N=12$ در جهت زاویه مورد نظر $\Psi_D = 10^\circ$ و زوایای نامطلوب $\Psi_U = -60^\circ, -5^\circ, 25^\circ$

دارای تضعیف تقریباً بیشتری است. منحنی طلایی نشان دهنده الگوریتم *WISSO* با $L=128$ است که از منظر گلبرگ اصلی شبیه منحنی سیاه است اما در زوایای نامطلوب $\Psi_U = -60^\circ, -5^\circ, 25^\circ$ دارای تضعیف با میرایی بیشتری است. بنابراین می‌توان گفت که الگوریتم *WISSO* از نظر داشتن پهنای پرتو باریک‌تر، نسبت *SLL* بالاتر و نال بیشتر در زوایای ناخواسته، برتری محسوسی نسبت به سایر الگوریتم‌ها دارد.



شکل ۱۷- مقایسه زمان همگرایی برای بهینه‌سازی تک هدفی پاسخ الگوی تابش برای الگوریتم‌های مختلف با طول‌های دنباله‌ای مختلف $\{8, 16, 32, 64, 128, 256, 512\}$ (در اولین مجموعه آنتن-های فرستنده *WIS-MIMO*)، $N=12$ در جهت زاویه مورد نظر $\Psi_D = 10^\circ$ و زوایای نامطلوب $\Psi_U = -60^\circ, -5^\circ, 25^\circ$

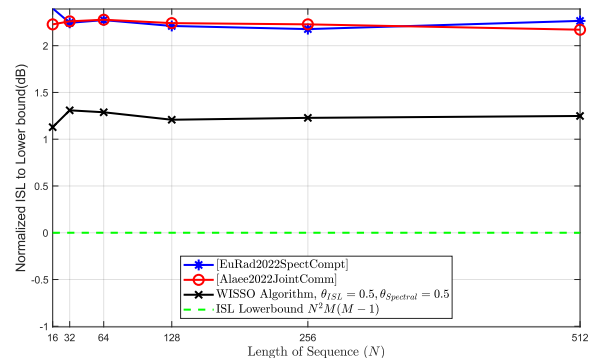
یکی از جنبه‌های دیگری که باید بین الگوریتم *WISSO* و سایر الگوریتم‌ها مقایسه شود زمان اجرا است. اما برای مقایسه منصفانه باید شرایط مشابه از نظر پارامترهای نرم‌افزاری و نوع سخت افزار مورد استفاده در نظر گرفته شود. در برخی موارد، به دلیل ماهیت متفاوت الگوریتم‌ها، ممکن است دقیقاً امکان ایجاد شرایط مشابه برای اجرا وجود نداشته باشد. به عنوان مثال، الگوریتم *STTC* دارای یک محدودیت شباهت است که در الگوریتم *WISSO* یا *[E.Raei2021, 4DImagingRadar]* وجود ندارد. همچنین تابع هدف در الگوریتم *WISSO* نرمالیزه شده و عددی بین صفر و یک است که شرایط پایان آن را با یک تابع هدف غیر نرمالیزه شده متفاوت می‌کند. در شکل، شبیه‌سازی برای همه الگوریتم‌ها که از مرجع [۱۵] گرفته



شکل ۱۴- نمودار *ISL* در برابر M حاصل از الگوریتم *WISSO* و مقالات مراجع [۱۳ و ۱۴]، با فرض $L=64, N=256$ در مسئله *ISL* ترکیبی دوگانه برای کاهش. و شکل دادن به پاسخ فرکانسی، همراستا با باند توقف $w_U = \{(0.3, 0.35) \cup (0.7, 0.8)\}$

با توجه به افزایش ذاتی در مقدار *ISL* با افزایش تعداد آنتن‌های (M) و طول دنباله (N)، به منظور مقایسه عملکرد یک الگوریتم در کاهش *ISL* در تعداد مختلف آنتن‌های (M) و طول دنباله (N)، لازم است *ISL* را به این دو متغیر نرمالیزه کرد و به طور معمول، با تقسیم *ISL* بر باند پایین آن، که با فرمول $N^2 M(M-1)$ تعیین می‌شود، به دست می‌آید [۱۳، ۱۴]. همان‌طور که در شکل نشان داده است، عملکرد بهینه و قابل توجه الگوریتم *WISSO* در بهینه‌سازی *ISL* و شکل‌دهی پاسخ فرکانسی در مقایسه با الگوریتم‌های موجود در دو مقاله مرجع دیگر به وضوح قابل توجه است.

در مقایسه دیگری، می‌توان *ISL* نرمال شده مربوط به طول دنباله (N) را در شکل مشاهده کرد.



شکل ۱۵- نمودار *ISL* در برابر N حاصل از الگوریتم *WISSO* و مقالات مراجع [۱۳ و ۱۴]، با فرض $L=64, M=4$ در مسئله ترکیبی دوگانه برای کاهش *ISL* و شکل دادن به پاسخ فرکانس، تراز باند توقف $w_U = \{(0.3, 0.35) \cup (0.7, 0.8)\}$

در شکل، به الگوریتم *[E.Raei2021, 4DImagingRadar]* در مرجع [۱۵]، الگوریتم *STTC* در مرجع [۲۰] و الگوریتم‌های *MIA-CMC* و *MIA-CMC-AC* در مرجع [۲۱] اشاره دارد. همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، منحنی سیاه نشان دهنده الگوریتم *WISSO* با $L=8$ دارای پهنای پرتو باریک‌تری در گلبرگ اصلی مورد نظر $\Psi_D = 10^\circ$ در مقایسه با الگوریتم‌های دیگر است. در زوایای نامطلوب $\Psi_U = -60^\circ, -5^\circ, 25^\circ$ نیز در مقایسه با گلبرگ اصلی

شده، مقایسه شده است. در این مقایسه عملکرد بهتر *WISSO* نسبت به بقیه الگوریتم‌ها مشهود است. البته لازم به ذکر است، از آنجایی که در این جا یک مسئله بهینه‌سازی واحد وجود دارد، تعداد هسته‌های *CPU* تأثیری در زمان اجرا نخواهد داشت.

با نگاهی به شکل و شکل، می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم *WISSO* به طور کلی از نظر پهنای پرتوی تشعشی باریک‌تر، نسبت *SLL* بهتر، تضعیف بیشتر در زوایای ناخواسته یا منابع تداخل و زمان اجرا بهتر عمل می‌کند. در بهینه‌سازی ترکیبی بیش از ۲ مسئله تنها مقاله یافت شده در این حوزه مرجع [۱۷] بوده مه در آن الگوریتم *WISE* معرفی می‌شود که به طور قابل توجهی کند است. در حالی که نویسنده پیچیدگی محاسباتی را در مقاله ذکر می‌کند، زمان اجرای عملی برای سناریوهای مختلف ارائه نشده است. برای اندازه گیری عملی زمان اجرای این الگوریتم، کد به دست آمده از یکی از نویسندگان مقاله بارها اجرا شد. مشاهده شد که برای همگرایی و خاتمه موفقیت آمیز الگوری با پیکربندی $M=8$ و $N=32$ ، بین ۲۰ تا ۴۰ دقیقه زمان می‌برد. حتی با تلاش برای کوتاه کردن این زمان همگرایی، با در نظر گرفتن شرایط پایان بزرگتر از موارد ذکر شده در مقاله، هیچ نتیجه رضایت بخشی حاصل نشد. ماهیت کند الگوریتم *WISE* عملاً کاربرد آن را برای طراحی شکل موج رادار شناختی و پاسخ سریع به تغییرات محیطی زیر سوال می‌برد. همان‌طور که قبلاً ذکر شد یکی از مزایای الگوریتم *WISSO* قابلیت اجرا و پیاده‌سازی موازی آن است که می‌تواند زمان اجرا را به میزان قابل توجهی کاهش دهد. برای مقایسه زمانی بین الگوریتم‌های *WISSO* و *WISE* با پیکربندی مشخص شده، به جدول مراجعه کنید.

۹- نتیجه گیری

در این مقاله، یک شکل موج محدود شناختی با دامنه ثابت و فاز گسسته برای یک سیستم راداری *WS-MIMO* برای کاهش تداخل جهتی و طیفی طراحی گردید. برای این منظور، تابع هدف $f_{objTotal}$ به عنوان مجموع وزنی از توابع هدف f_{objISL} برای کاهش *ISL*، $f_{objSpectral}$ برای شکل‌دهی طیفی مطابق با باند عبور و توقف مورد نظر و $f_{objSpatial(1,2,3)}$ برای شکل‌دهی پرتوی تشعشی آنتن‌های فرستنده ۱، ۲ و ۳ مربوط به زوایای مورد نظر و نامطلوب تعریف شد. برای دستیابی به شکل موج مطلوب، الگوریتم *WISSO* معرفی گردید که چارچوب بهینه‌سازی *CD* برای اطمینان از همگرایی و کاهش زمان اجرا در آن انتخاب شد. برای کاهش بیشتر زمان اجرا، مسئله بهینه‌سازی اصلی به ۵ مسئله بهینه‌سازی موازی تجزیه شد که هر یک به طور مستقل با استفاده از یک تابع جستجوی مبتنی بر *FFT* در هر تکرار حل شده و نتایج آن‌ها برای انتخاب فاز بهینه برای هر عنصر مکانی - زمانی ترکیب می‌شوند. برای انتخاب مقدار بهینه برای هر یک از این ۵ مسئله بهینه‌سازی، معیارهای کمی دقیق برای کنترل سهم هر یک از ۵ مسئله بهینه‌سازی در شکل موج نهایی تعیین می‌شود. با توجه به ماهیت متفاوت توابع هدف و تفاوت زیاد بین مقادیر حداکثر و حداقل

آن‌ها در هر یک از ۵ مسئله بهینه‌سازی، نرمالیزه‌سازی هر یک از این توابع نسبت به مقدار نقطه شروع آن تنها راه حل برای انجام صحیح ترکیب و بهینه‌سازی همزمان با توجه به پیشرو بودن این مقاله در زمینه رادار *WS-MIMO* و عدم وجود مقالات مشابه، بخش‌های مختلف الگوریتم به عنوان مسائل بهینه‌سازی منفرد یا دوگانه با مقالات مشابه در زمینه رادار *CL-MIMO* مقایسه شد که در مجموع برتری این الگوریتم را نشان داد. ساختار پیشنهادی امکان افزایش تعداد مسائل بهینه‌سازی را به بیش از ۵ فراهم می‌کند، مشروط بر اینکه مسئله بهینه‌سازی با استفاده از چارچوب *CD* قابل بهینه‌سازی باشد.

۱۰- ضمیمه

بسط الگوریتم بهینه‌سازی شکل‌دهی پرتوی تشعشی:

$$I = \sum_{i=1}^{L_{\psi U}} \sum_{n=1}^N \bar{x}_n^\dagger A(\theta_{iU}, \varphi_{iU}) \bar{x}_n$$

$$= \sum_{i=1}^{L_{\psi U}} \bar{x}_d^\dagger A(\theta_{iU}, \varphi_{iU}) \bar{x}_d$$

$$+ \sum_{i=1}^{L_{\psi U}} \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq d}}^N \bar{x}_n^\dagger A(\theta_{iU}, \varphi_{iU}) \bar{x}_n$$

عبارت فوق را بر حسب x_{td} یا x_{td}^* و توان آن‌ها بیان شده و معادلات را به دو قسمت لحظه $n=d$ و بقیه $n \neq d$ تقسیم می‌شود؛ برای قسمت $n=d$ با بسط عبارت $\bar{x}_d^\dagger A(\theta_{iU}, \varphi_{iU}) \bar{x}_d$ ، عبارتی برای x_{td}^* یا x_{td} بدست آورده و خواهیم داشت:

$$= \sum_{i=1}^{L_{\psi U}} \begin{bmatrix} x_{1d}^* & x_{2d}^* & \dots & x_{td}^* & \dots & x_{M(1,2,3)d}^* \end{bmatrix} A(\theta_{iU}, \varphi_{iU}) \begin{bmatrix} x_{1d} \\ x_{2d} \\ \vdots \\ x_{td} \\ \vdots \\ x_{M(1,2,3)d} \end{bmatrix}$$

$$+ \sum_{i=1}^{L_{\psi U}} \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq d}}^N \bar{x}_n^\dagger A(\theta_{iU}, \varphi_{iU}) \bar{x}_n$$

$$\begin{bmatrix} x_{1d}^* & x_{2d}^* & \dots & x_{td}^* & \dots & x_{M(1,2,3)d}^* \end{bmatrix} \left(\sum_{i=1}^{L_{\psi U}} A(\theta_{iU}, \varphi_{iU}) \right) \begin{bmatrix} x_{1d} \\ x_{2d} \\ \vdots \\ x_{td} \\ \vdots \\ x_{M(1,2,3)d} \end{bmatrix}$$

$$+ \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq d}}^N \bar{x}_n^\dagger \left(\sum_{i=1}^{L_{\psi U}} A(\theta_{iU}, \varphi_{iU}) \right) \bar{x}_n$$

$\sum_{i=1}^{L_{\psi U}} A(\theta_{iU}, \varphi_{iU}) =$

$$\begin{bmatrix} A_{U11} & A_{U12} & \dots & A_{U1M(1,2,3)} \\ A_{U21} & A_{U22} & \dots & A_{U2M(1,2,3)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{UM(1,2,3)1} & A_{UM(1,2,3)2} & \dots & A_{UM(1,2,3)M(1,2,3)} \end{bmatrix}_{M(1,2,3) \times M(1,2,3)}$$

خواهیم داشت:

$$= \begin{bmatrix} x_{1d}^* & x_{2d}^* & \dots & x_{td}^* & \dots & x_{M(1,2,3)d}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{U11} & A_{U12} & \dots & A_{U1M} \\ A_{U21} & A_{U22} & \dots & A_{U2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{UM(1,2,3)1} & A_{UM(1,2,3)2} & \dots & A_{UM(1,2,3)M(1,2,3)} \end{bmatrix}_{M(1,2,3) \times M(1,2,3)} \begin{bmatrix} x_{1d} \\ x_{2d} \\ \vdots \\ x_{td} \\ \vdots \\ x_{M(1,2,3)d} \end{bmatrix}_{M(1,2,3) \times 1}$$

$$+ \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq d}}^N \bar{x}_n^\dagger \begin{bmatrix} A_{U11} & A_{U12} & \dots & A_{U1M(1,2,3)} \\ A_{U21} & A_{U22} & \dots & A_{U2M(1,2,3)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{UM(1,2,3)1} & A_{UM(1,2,3)2} & \dots & A_{UM(1,2,3)M(1,2,3)} \end{bmatrix} \bar{x}_n =$$

$$\begin{bmatrix} x_{1d}^* & x_{2d}^* & \dots & x_{td}^* & \dots & x_{M(1,2,3)d}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{U11}x_{1d} + A_{U12}x_{2d} + \dots + A_{U1M(1,2,3)}x_{M(1,2,3)d} \\ A_{U21}x_{1d} + A_{U22}x_{2d} + \dots + A_{U2M(1,2,3)}x_{M(1,2,3)d} \\ \vdots \\ A_{UM(1,2,3)1}x_{1d} + A_{UM(1,2,3)2}x_{2d} + \dots + A_{UM(1,2,3)M(1,2,3)}x_{M(1,2,3)d} \end{bmatrix}_{M(1,2,3) \times 1}$$

$$+ \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq d}}^N \bar{x}_n^\dagger \begin{bmatrix} A_{U11} & A_{U12} & \dots & A_{U1M(1,2,3)} \\ A_{U21} & A_{U22} & \dots & A_{U2M(1,2,3)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{UM(1,2,3)1} & A_{UM(1,2,3)2} & \dots & A_{UM(1,2,3)M(1,2,3)} \end{bmatrix} \bar{x}_n$$

برای گسترش DFT با در نظر گرفتن فاز گسسته، می توان از FFT با مجموعه نقطه L از ضرایب $\{g_{0(1,2,3)}, g_{1(1,2,3)}, g_{2(1,2,3)}\}$ استفاده کرد که در آن مقدار بهینه تقسیم I بر II بدست می آید. برای دستیابی به تفاوت قابل توجه در سرعت اجرا FFT نسبت به DFT ، بهتر است L توان ۲ باشد. برای II ، عملیات مشابه به موارد زیر منجر می شود:

$$II_{(1,2,3)} = e^{j\varphi_{td}}(h_{0(1,2,3)} + h_{1(1,2,3)}e^{-j\varphi_{td}} + h_{2(1,2,3)}e^{-j2\varphi_{td}}) = e^{j\varphi_{td}}(DFT(\{h_{0(1,2,3)}, h_{1(1,2,3)}, h_{2(1,2,3)}\}))$$

مقادیر $\{h_{0(1,2,3)}, h_{1(1,2,3)}, h_{2(1,2,3)}\}$ با عملیات مشابه $I = e^{j\varphi_{td}}(FFT(\{h_{0(1,2,3)}, h_{1(1,2,3)}, h_{2(1,2,3)}\}, L))$ بدست می آید:

$$h_{0td(1,2,3)} = (A_{Dt1}x_{1d}^* + A_{Dt2}x_{2d}^* + \dots + A_{DtM(1,2,3)}x_{M(1,2,3)d}^*) = \sum_{m=1}^{M(1,2,3)} A_{Dtm}x_{md}^*$$

$$h_{1td(1,2,3)} = A_{Dt1} + \sum_{m=1}^{M(1,2,3)} x_{md}^* \sum_{l=1}^{M(1,2,3)} A_{Dml}x_{ld}, v = 641b22 + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^{M(1,2,3)} x_{mn}^* \sum_{l=1}^{M(1,2,3)} A_{Dml}x_{ln}$$

$$h_{2td(1,2,3)} = (A_{Dt1}x_{1d} + A_{Dt2}x_{2d} + \dots + A_{DtM(1,2,3)}x_{M(1,2,3)d}) = \sum_{m=1}^{M(1,2,3)} A_{Dtm}x_{md}^*$$

با ترکیب نتایج I و II خواهیم داشت:

$$\arg \min_X f_{obj_{spatial}(1,2,3)} = \arg \min_X \left| \frac{\sum_{l=1}^{L\omega_U} \sum_{n=1}^N \bar{x}_n^* A(\theta_{lU}, \varphi_{lU}) \bar{x}_n}{\sum_{l=1}^{L\omega_D} \sum_{n=1}^N \bar{x}_n^* A(\theta_{lD}, \varphi_{lD}) \bar{x}_n} \right|_{(1,2,3)}$$

$$= \arg \min_X \left| \frac{I}{II} \right|_{(1,2,3)} = \arg \min_{x_{td}=e^{j\varphi_{td}}} \left| \frac{e^{j\varphi_{td}}(FFT(\{g_{0td}, g_{1td}, g_{2td}\}, L))}{e^{j\varphi_{td}}(FFT(\{h_{0td}, h_{1td}, h_{2td}\}, L))} \right|_{(1,2,3)}$$

$$= \arg \min_{\varphi_l} \left| \frac{e^{j\varphi_{td}}}{e^{j\varphi_{td}}} \left| \frac{FFT(\{g_{0td}, g_{1td}, g_{2td}\}, L)}{FFT(\{h_{0td}, h_{1td}, h_{2td}\}, L)} \right| \right|_{(1,2,3)}$$

$$= \begin{cases} \arg \min_{\varphi_l} \left| \frac{FFT(\{g_{0td}, g_{1td}, g_{2td}\}, L)}{FFT(\{h_{0td}, h_{1td}, h_{2td}\}, L)} \right|_{(1,2,3)}, & L \geq 3 \\ \arg \min_{\varphi_l} \left| \frac{FFT(\{g_{0td} + g_{2td}, g_{1td}\}, L)}{FFT(\{h_{0td} + h_{2td}, h_{1td}\}, L)} \right|_{(1,2,3)}, & L = 2 \end{cases}$$

۱- مراجع

- [1] J. Li, P. Stoica, "MIMO radar with colocated antennas," IEEE Signal Process. Mag., vol. 24, no. 5, p. 106–114, Sep. 2007.
- [2] B. Friedlander, "Waveform design for MIMO radars," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 43, no. 3, p. 1227–1238, Jul. 2007.
- [3] C. Y. Chen, P. P. Vaidya Nathan, "MIMO radar ambiguity properties and optimization using frequency-hopping waveforms," IEEE Trans. Signal Process., vol. 56, no. 12, p. 5926–5936, Dec. 2008.
- [4] H. He, P. Stoica, and J. Li, "Designing unimodular sequence sets with good correlations; including an application to MIMO radar," IEEE Trans. Signal Process., vol. 57, no. 11, p. 4391–4405, Nov. 2009.
- [5] M. Alae-Kerahroodi, M. Modarres-Hashemi, and M. M. Naghsh, "Designing sets of binary sequences for MIMO radar systems," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 67, no. 13, p. 3347–3360, 2019.
- [6] M. S. Greco, F. Gini, P. Stinco, and K. Bell, "Cognitive radars: On the road to reality: Progress thus far and

سپس عبارات شامل x_{td} و x_{td}^* را مرتب کرده و خواهیم داشت:

$$= x_{td}^* (A_{Ut1}x_{1d} + A_{Ut2}x_{2d} + \dots + A_{UtM(1,2,3)}x_{M(1,2,3)d}) + x_{td} (A_{Ut1}x_{1d}^* + A_{Ut2}x_{2d}^* + \dots + A_{UtM(1,2,3)}x_{M(1,2,3)d}^*) + A_{Utt}x_{td}^*x_{td} + \sum_{m=1}^{M(1,2,3)} x_{md}^* \sum_{l=1}^{M(1,2,3)} A_{Uml}x_{ld} + \sum_{n=1}^N \bar{x}_n^* \begin{bmatrix} A_{U11} & A_{U12} & \dots & A_{U1M(1,2,3)} \\ A_{U21} & A_{U22} & \dots & A_{U2M(1,2,3)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{UM(1,2,3)1} & A_{UM(1,2,3)2} & \dots & A_{UM(1,2,3)M(1,2,3)} \end{bmatrix} \bar{x}_n$$

به جای تکرار حاصل ضرب بردارها و ماتریس ها در جمله آخر عبارت فوق، می توانیم فرمول بسط یافته را به طور خلاصه تر به صورت زیر بیان کنیم:

$$I = x_{td}^* (A_{Ut1}x_{1d} + A_{Ut2}x_{2d} + \dots + A_{UtM(1,2,3)}x_{M(1,2,3)d}) + x_{td} (A_{Ut1}x_{1d}^* + A_{Ut2}x_{2d}^* + \dots + A_{UtM(1,2,3)}x_{M(1,2,3)d}^*) + A_{Utt} \times 1 + \sum_{m=1}^{M(1,2,3)} x_{md}^* \sum_{l=1}^{M(1,2,3)} A_{Uml}x_{ld} + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^{M(1,2,3)} x_{mn}^* \sum_{l=1}^{M(1,2,3)} A_{Uml}x_{ln}$$

با جایگزینی $x_{td} = e^{-j\varphi_{td}}$ و $x_{td}^* = e^{j\varphi_{td}}$ فاکتورگیری و مرتب سازی مجدد عبارت ها بر اساس توان منفی نزولی خواهیم داشت:

$$I = e^{j\varphi_{td}} \left((A_{Ut1}x_{1d}^* + A_{Ut2}x_{2d}^* + \dots + A_{UtM(1,2,3)}x_{M(1,2,3)d}^*) + \left(A_{Utt} + \sum_{m=1}^{M(1,2,3)} x_{md}^* \sum_{l=1}^{M(1,2,3)} A_{Uml}x_{ld} + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^{M(1,2,3)} x_{mn}^* \sum_{l=1}^{M(1,2,3)} A_{Uml}x_{ln} \right) e^{-j\varphi_{td}} + (A_{Ut1}x_{1d} + A_{Ut2}x_{2d} + \dots + A_{UtM(1,2,3)}x_{M(1,2,3)d}) e^{-j2\varphi_{td}} \right)$$

سپس ضرایب زیر را جایگزین می کنیم:

$$g_{0td(1,2,3)} = (A_{Ut1}x_{1d}^* + A_{Ut2}x_{2d}^* + \dots + A_{UtM(1,2,3)}x_{M(1,2,3)d}^*) = \sum_{m=1}^{M(1,2,3)} A_{Utm}x_{md}^*$$

$$g_{1td(1,2,3)} = A_{Utt} + \sum_{m=1}^{M(1,2,3)} x_{md}^* \sum_{l=1}^{M(1,2,3)} A_{Uml}x_{ld} + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^{M(1,2,3)} x_{mn}^* \sum_{l=1}^{M(1,2,3)} A_{Uml}x_{ln}$$

$$g_{2td(1,2,3)} = (A_{Ut1}x_{1d} + A_{Ut2}x_{2d} + \dots + A_{UtM(1,2,3)}x_{M(1,2,3)d}) = \sum_{m=1}^{M(1,2,3)} A_{Utm}x_{md}$$

می توان معادله I را به شکل زیر نوشت:

$$I_{(1,2,3)} = e^{j\varphi_{td}}(g_{0td(1,2,3)} + g_{1td(1,2,3)}e^{-j\varphi_{td}} + g_{2td(1,2,3)}e^{-j2\varphi_{td}}) = e^{j\varphi_{td}}(DFT(\{g_{0td(1,2,3)}, g_{1td(1,2,3)}, g_{2td(1,2,3)}\})) = e^{j\varphi_{td}}(FFT(\{g_{0td(1,2,3)}, g_{1td(1,2,3)}, g_{2td(1,2,3)}\}, L))$$

- [16] E. Raei, M. Alae-Kerahroodi, MB Shankar, "Spatial-and range-ISLR trade-off in MIMO radar via waveform correlation optimization," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 69, pp. 3283-3298, 2021.
- [17] E. Raei, S. Sedighi, M. Alae-Kerahroodi, and M. B. Shankar, "Mimo radar transmit beampattern shaping for spectrally dense environments," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, pp. 1-13, 2022.
- [18] P. Stoica, J. Li, and Y. Xie, "On probing signal design for MIMO radar," *IEEE Transaction Signal Processing*, vol. 55, no. 8, pp. 4151-4161, 2007.
- [19] G. Cui, H. Li, and M. Rangaswamy, "MIMO radar waveform design with constant modulus and similarity constraints," *IEEE Transaction Signal Processing*, vol. 62, no. 2, pp. 343-353, 2014.
- [20] X. Yu, G. Cui, L. Kong, J. Li, and G. Gui, "Constrained Waveform Design for Colocated MIMO Radar with Uncertain Steering Matrices," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 55, no. 1, pp. 356-370, 2019.
- [21] L. Wu, P. Babu, and D. P. Palomar, "Transmit waveform/receive filter design for MIMO radar with multiple waveform constraints," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 66, no. 6, pp. 1526-1540, March 2018.
- [22] M. Alae-Kerahroodi, A. Aubry, A. De Maio, M. M. Naghsh, and M. Modarres-Hashemi, "Design of binary sequences with low PSL/ISL," *IEEE European Signal Processing Conference*, p. 2211-2215, 2017.
- [23] Hao He, Petre Stoica and Jian Li, "Waveform Design with Stopband and Correlation Constraints for Cognitive Radar," *2nd International Workshop on Cognitive Information Processing*, pp. 344 - 349, 2010.
- [24] J. Song, P. Babu, and D. P. Palomar, "Sequence set design with good correlation properties via majorization-minimization," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 64, no. 11, pp. 2866-2879, Jun. 2016..
- [25] K. Deb, "Multi-objective optimization using evolutionary algorithms," *John Wiley & Sons*, vol. 16, 2001.
- [7] S. J. Wright, "Coordinate descent algorithms," *Mathematical Programming*, vol. 151, no. 1, p. 3-34, 2015.
- [8] M. Alae Kerahroodi, A. Aubry, A. De Maio, M. M. Naghsh, M. Modarres-Hashemi, "A coordinate-descent framework to design low PSL/ISL sequences," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 65, no. 22, pp. 5942-5956, 2017.
- [9] M. Alae-Kerahroodi, M. Modarres-Hashemi, M. M. Naghsh, "Designing Sets of Binary Sequences for MIMO Radar Systems," *IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING*, vol. 67, no. 13, pp. 3347-3360, 2019.
- [10] M. Alae-Kerahroodi, S. Kumar, MB Shankar, KV Mishra, "Discrete-phase sequence design with stopband and PSL constraints for cognitive radar. In2020 17th European Radar Conference (EuRAD) 2021 Jan 10 (pp. 17-20). IEEE., " In2020 17th European Radar Conference (EuRAD), IEEE, pp. 17-20, 2021.
- [11] W. Fan, J. Liang, Z. Chen, and H. C. So, "Spectrally compatible aperiodic sequence set design with low cross-and auto-correlation PSL," *Signal Processing*, vol. 183, no. 107960, 2021.
- [12] H. He, P. Stoica, and J. Li, "Waveform design with stopband and correlation constraints for cognitive radar," *IEEE International Workshop on Cognitive Information Processing*, pp. 344-349, 2010.
- [13] E. Raei, M. Alae-Kerahroodi, BS. Rao, "Waveform Design for Range-ISL Minimization with Spectral Compatibility in MIMO Radars," *In2022 19th European Radar Conference (EuRAD), IEEE*, pp. 101-104, 2022.
- [14] Mohammad Alae-Kerahroodi, Ehsan Raei, Sumit Kumar, Bhavani Shankar M. R. R., "Cognitive Radar Waveform Design and Prototype for Coexistence With Communications," *IEEE SENSORS JOURNAL*, vol. VOL. 22, no. NO. 10, pp. 9787-9802, 2022.
- [15] E. Raei, M. Alae-Kerahroodi, BM Shankar, "Waveform design for beampattern shaping in 4d-imaging mimo radar systems," *In2021 21st International Radar Symposium (IRS), IEEE*, pp. 1-10, 2021.

[26] محمدجواد ویشکایی صدیق، سیدمحمد علوی، یاسر نوروزی و نادعلی زارعی "طراحی شناختی شکل موجهای رادار چند ورودی چند خروجی گسترده با ایجاد باند توقف در حضور اختلال گر باند باریک،" *مجله رادار، دانشگاه امام حسین (ع)*، (ع)، ۲۰۲۴.