

کاهش نسبت توان پیک به توان میانگین سیگنال در سیستم های MIMO-OFDM با استفاده از کدهای قطبی

تاریخ دریافت:

۱۳ اردیبهشت ماه ۱۴۰۵

تاریخ پذیرش:

۳۰ اردیبهشت ماه ۱۴۰۵

رضا هوشمند^{۱*}

۱. دانشیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، تهران، ایران.

چکیده

با توجه به این که مدولاسیون تقسیم فرکانسی متعامد (OFDM) دارای نسبت توان پیک به توان میانگین (PAPR) بالایی است که این امر به نوبه خود منجر به کارکرد تقویت کننده ی توان بالا در ناحیه ی غیرخطی و تولید اعوجاج می شود، لذا کاهش PAPR در سامانه های مخابراتی که از مدولاسیون OFDM استفاده می کنند، همواره امری ضروری محسوب می شود. از طرفی روش هایی که تاکنون برای کاهش PAPR مورد استفاده قرار گرفته اند یا همراه با اعوجاج هستند و پیچیدگی کمی دارند و یا فاقد اعوجاج بوده ولی با پیچیدگی زیاد همراه هستند. بنابراین یافتن روشی که هم فاقد اعوجاج بوده باشد و هم از پیچیدگی کمتری برخوردار باشد، همواره دارای اهمیت بوده و ارزشمند است. علاوه بر این، استفاده از کدگذاری مناسب کانال و مدولاسیون OFDM یک ارتباط مقاوم در برابر نویز کانال را برای سامانه های مخابراتی تضمین می کند. در این مقاله، روش جدیدی مبتنی بر کدگذاری کانال کدهای قطبی به منظور کاهش PAPR ارائه شده است. از جمله دستاوردهای طرح می توان به افزایش کارایی سیستم های مخابراتی (بی سیم و باسیم) در کاربردهای مخابراتی به منظور کاهش PAPR در مدولاسیون OFDM، دستیابی به قابلیت تشخیص و تصحیح خطای کانال مناسب و در نهایت ایجاد یک ارتباط مقاوم در برابر نویز کانال، کاهش پیچیدگی محاسباتی و افزایش سرعت و همچنین نیازمندی به حافظه ی کمتر و کاهش هزینه ساخت اشاره کرد.

واژه های کلیدی: مدولاسیون OFDM، کدهای قطبی، نسبت توان پیک به توان میانگین، کدگذاری کانال.

Peak-to-Average Power Ratio Reduction in MIMO-OFDM Systems Using Polar Codes

Reza Hooshmand^{1*}

1. Department of Electrical Engineering, Shahid Sattari University of Aeronautical Science and Technology, Tehran, Iran.

Abstract

As OFDM modulation has high Peak-to-Average Power Ratio (PAPR), it results high-power amplifier function in nonlinear area and distortion. Therefore, PAPR reduction in communication systems which use OFDM modulation is vital. On the other hand, the methods of PAPR reduction that have been used so far are along with distortion and little complexity or without distortion and much complexity. Therefore, it is necessary and important to achieve a method without distortion and low complexity. In addition, it guarantees a reliable communication against channel noise of telecommunication systems using appropriate channel coding and OFDM modulation. In this scheme, a new PAPR reduction scheme based on polar codes is introduced. This kind of coding needs little memory; this feature and reduced amplifier utility makes the code economically viable especially for UAV systems (unmanned aerial vehicle) that have limited energy source. Moreover, the reception problem is solved using the Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) antennas technology. Finally, the simulation results for the proposed technique are presented in the paper.

Key words: OFDM, PAPR, Channel Coding, Polar Codes, CCDF

۱- مقدمه

مهم‌ترین مسئله برای انتقال داده در لینک‌های مخابراتی، به‌خصوص لینک‌های داده در سامانه‌های مخابراتی افزایش کارایی و قابلیت اطمینان این سامانه‌ها در مواجهه با اختلال‌های عمدی یا غیرعمدی است. انتقال داده باید به گونه‌ای باشد که بدون افزایش پیچیدگی محاسباتی، حجم بالایی از اطلاعات با پهنای باند کانال بهینه ارسال گردد. امروزه مدولاسیون تقسیم فرکانسی متعامد^۱ (OFDM) یکی از کاربردی‌ترین روش‌های مدولاسیون در سامانه‌های مخابراتی است که در سامانه‌های مخابراتی بی‌سیم و باسیم مورد استفاده قرار گرفته است. از مزایای این نوع مدولاسیون نسبت به مدولاسیون‌های تک حاملی، قابلیت عملکرد مناسب این مدولاسیون در شرایطی سخت از جمله تضعیف فرکانس‌های بالا در سیم‌های مسی طولانی، تداخل باند باریک و محوشدگی در کانال‌های فرکانس‌گزين بدون استفاده از فیلترهای همسان‌ساز پیچیده است. در این نوع مدولاسیون، سیگنال‌ها به‌صورت دو به دو بر یکدیگر عمود هستند و به این جهت زیر حامل‌ها قابلیت هم‌پوشانی دارند. این قابلیت منجر به استفاده‌ی بهینه از پهنای باند می‌شود. از جمله کاربردهای این نوع مدولاسیون می‌توان به پخش دیجیتال تلویزیونی^۲ (DVB)، پخش دیجیتال صوت^۳ (DAB)، دستیابی به اینترنت^۴ (DSL)، شبکه‌های بی‌سیم، شبکه‌های خط توان^۵ و مخابرات سیار 4G اشاره کرد. به طور کلی، عمده‌ترین اشکال سامانه‌های مدولاسیون OFDM، بالا بودن نسبت توان پیک به توان میانگین سیگنال^۶ (PAPR) است. این مسئله باعث وارد شدن تقویت‌کننده‌ی توان بالا^۷ (HPA) به ناحیه غیرخطی ناحیه‌ی عملکرد منحنی مشخصه‌ی خود و تولید اعوجاج می‌شود [۴-۱]. بنابراین برای رعایت کردن بازه‌ی فرکانسی تعیین شده از طرف سازمان تنظیم مقررات و ارتباطات رادیویی و همچنین طراحی تقویت‌کننده‌ی غیرخطی، تولید سیگنالی با مشخصات PAPR مناسب یک مسئله‌ی ضروری است. تکنیک‌هایی نظیر نگاشت انتخابی^۸ [۵]، ترکیب کردن^۹ [۶]، قطع کردن^{۱۰} [۷، ۸]، ترکیب DCT^{۱۱} [۹] و تبدیل‌های هادامارد^{۱۲} [۱۰] و غیره جهت کاهش PAPR در پژوهش‌های قبلی بررسی شده است. یک روش مناسب برای کاهش PAPR استفاده از کدهای تصحیح کننده خطای کانال و کدینگ کانال است. اخیراً استفاده از کدهای کانال خطی، نظیر کدهای LDPC [۱۱] و توربو [۱۲] نیز منجر به نتایج مناسبی در کاهش PAPR شده است.

مزیت این روش در مقایسه با سایر روش‌ها کاهش PAPR علاوه بر توانایی تشخیص و تصحیح خطای کانال است. علاوه بر این، استفاده از روش یاد شده باعث تولید اعوجاج نمی‌شود. این مزایا در ازای افزایش

پیچیدگی محاسباتی روش کدینگ کانال به دست می‌آید. از این رو الگوریتم کدینگ که ما در طرح پیشنهادی استفاده می‌نماییم، الگوریتم کدگذاری و کدبرداری کدهای قطبی^{۱۳} هستند. مزایای کدهای قطبی عبارتند از: (۱) قابلیت تشخیص و تصحیح خطای بالایی نسبت به اکثر کدهای قالبی خطی [۱۳] دارند، (۲) ظرفیت آنها در طول‌های کد زیاد به حد شانون میل می‌کنند. (۳) پیچیدگی محاسباتی کدگذاری^{۱۴} و کدبرداری^{۱۵} کمی دارند، (۴) میزان حافظه مورد نیاز این دسته از کدها، کم است و می‌تواند مشکل محدودیت فضای حافظه را حل نمایند [۱۴]. از جمله جنبه‌های نوآوری‌های طرح تحقیقاتی پیشنهادی افزایش قابلیت تشخیص و تصحیح خطا و کاهش PAPR بدون ایجاد اعوجاج است. این امر در مقایسه با سایر روش‌های کاهش PAPR یک حسن بزرگ محسوب می‌شود. پیچیدگی محاسباتی طرح پیشنهادی در مقایسه با اکثر روش‌های کدینگ کانال کم‌تر است. از طرفی نیازمندی به حافظه در این نوع کدینگ نیز کم است. بنابراین هم به واسطه‌ی این که از روش‌های کدینگ کانال استفاده شده است، سیگنال بدون نویز و اعوجاج است و هم به‌واسطه‌ی استفاده از کدهای قطبی، پیچیدگی محاسباتی در مقایسه با اکثر روش‌های کدینگ کانال، کمتر است. ادامه مقاله به صورت زیر ارائه شده است. در بخش دوم مقاله، تحلیل و اصول اولیه مسئله PAPR در سیگنال‌های OFDM مطرح شده است. در بخش سوم، طرح پیشنهادی کاهش PAPR به کمک کدهای قطبی شرح داده شده است. در بخش‌های چهارم و پنجم به ترتیب به ارائه نتایج شبیه‌سازی و نتیجه‌گیری خواهیم پرداخت.

۲- نسبت توان پیک به توان میانگین در سیگنال‌های OFDM

پیک سیگنال OFDM عبارت است از مجموع چند سیگنال مستقل که روی زیرکانال‌های با پهنای باند مساوی مدوله شده‌اند. نمایش مختلط باند پایه یک سیگنال چند حاملی، شامل N زیر حامل در طول یک بازه ارسال به صورت زیر است:

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{j2\pi n \Delta f t} \quad 0 \leq t \leq T \quad (۱)$$

که در آن Δf فاصله بین زیرحامل‌ها است که معمولاً برابر $\frac{1}{T}$ است (شرط تعامد زیر حامل‌ها). نسبت توان پیک به توان میانگین (PAPR) برای

⁹ Companding

¹⁰ Clipping

¹¹ Discrete Cosine Transform

¹² Hadamard Transforms

¹³ Polar Codes

¹⁴ Encoding

¹⁵ Decoding

¹ Orthogonal Frequency Division Multiplexing

² Digital Video Broadcasting

³ Digital Audio Broadcasting

⁴ Digital Subscriber Line

⁵ Power line Networks

⁶ Peak-to-Average Power Ratio

⁷ High Power Amplifier

⁸ Selected Mapping

سیگنال ارسالی عبارت است از نسبت توان بیشینه به توان متوسط و به صورت زیر تعریف می شود [۱۵]:

$$PAPR\{x(t)\} = \frac{\max_{0 \leq t < T} |x(t)|^2}{E\{|x(t)|^2\}} \quad (2)$$

به طور کلی هدف از تکنیک های کاهش PAPR، کاهش $\max |x(t)|$ است. تابع توزیع تجمعی (CCDF) مربوط به PAPR، یکی از شاخص های مورد استفاده در اندازه گیری تأثیر هر روش در کاهش PAPR است. تابع توزیع تجمعی PAPR، احتمال تجاوز PAPR یک قالب داده از حد مجاز داده شده $PAPR_0$ را بیان می کند که به صورت زیر تعریف می شود [۱۶]:

$$CCDF = Prob\{PAPR > PAPR_0\} \quad (3)$$

CCDF ها معمولاً در نمودار نیمه لگاریتمی نمایش داده می شوند. در این نوع نمودارها، محورهای افقی حد آستانه را برای PAPR برحسب dB (دسی بل) و محورهای عمودی احتمال تجاوز PAPR یک قالب داده از حد آستانه $PAPR_0$ را نشان می دهد. مشخصات PAPR زمانی بهتر می شود که منحنی CCDF به محور عمودی نزدیک تر باشد زیرا احتمال تجاوز PAPR یک قالب داده از حد آستانه $PAPR_0$ کمتر می شود. تاکنون تلاش های متعددی برای به دست آوردن این احتمال انجام شده است. در مرجع [۱۷] یک مقدار تقریبی CCDF مربوط به PAPR با رعایت نمونه برداری نرخ نایکوئیست برای یک سیگنال چند حاملی ارائه شده است. در این مرجع با فرض زیاد بودن تعداد نمونه های هر قالب و رعایت نرخ نایکوئیست برای نمونه برداری، نمونه ها به صورت ناهمبسته^۲ در نظر گرفته شده اند و CCDF به صورت رابطه (۴) برای PAPR ارائه شده است:

$$\begin{aligned} Prob(PAPR > \gamma) &= \\ 1 - Prob(PAPR \leq \gamma) &= \\ 1 - F(\gamma)^N &= 1 - (1 - e^{-\gamma})^N \\ F(\gamma) &= 1 - e^{-\gamma} \end{aligned} \quad (4)$$

در رابطه فوق فرض شده است که N نمونه سیگنال زمانی، متقابلاً مستقل و ناهمبسته باشند. جهت سادگی تجزیه و تحلیل مسئله، ما از مدولاسیون BPSK استفاده می کنیم. معادلات و تحلیل تئوری سیگنال OFDM مدوله شده BPSK، در ادامه آورده شده است. با بازنویسی معادله (۱) داریم [۱۸، ۱۹]:

$$\sqrt{N} s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{j2\pi kt} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} N |s(t)|^2 &= \left(\sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{j2\pi kt} \right)^2 \\ &= \left(\Re \left[\sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{j2\pi kt} \right] \right)^2 + \left(\Im \left[\sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{j2\pi kt} \right] \right)^2 \\ &= \left(\sum_{k=0}^{N-1} c_k \cos(2\pi kt) \right)^2 + \left(\sum_{k=0}^{N-1} c_k \sin(2\pi kt) \right)^2 \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} c_k^2 \cos^2(2\pi kt) + \\ &\quad 2 \sum_{k=0}^{N-2} \sum_{i=k+1}^{N-1} c_k c_i \cos(2\pi kt) \cos(2\pi it) + \\ &\quad \sum_{k=0}^{N-1} c_k^2 \sin^2(2\pi kt) + \\ &\quad 2 \sum_{k=0}^{N-2} \sum_{i=k+1}^{N-1} c_k c_i \sin(2\pi kt) \sin(2\pi it) \\ &= N + 2 \sum_{k=0}^{N-2} \sum_{i=k+1}^{N-1} c_k c_i \cos(2\pi(i-k)t) \\ &= N + 2P_0(t) \end{aligned}$$

بخش حقیقی و موهومی X ، به ترتیب با $\Re[X]$ و $\Im[X]$ نشان داده می شود. بخش AC پوش توان سیگنال OFDM، را با $P_0(t)$ نشان می دهیم و معادله آن به صورت رابطه (۶) است.

$$P_0(t) = \sum_{k=0}^{N-2} \sum_{i=k+1}^{N-1} C_k C_i \cos(2\pi(i-k)t) \quad (6)$$

با ترکیب هر ترم با هارمونیک خود، دو سیگما تبدیل به یک سیگما می شود و داریم:

$$P_0(t) = \sum_{k=1}^{N-1} C_k \cos(2\pi kt) \quad (7)$$

مجموع هارمونیک های کسینوسی را می توان به صورت فیزیکی از طریق رابطه (۷) تفسیر کرد که در آن وزن های C_k را می توان از رابطه (۸) محاسبه کرد:

$$C_k = \sum_{i=0}^{N-k-1} C_i C_{i+k} \quad (8)$$

اگر $P_0(t)$ رابطه (۷) را جایگزین $P_0(t)$ رابطه (۵) کنیم، توان متوسط $s(t)$ از رابطه (۹) محاسبه می شود:

$$E[|s(t)|^2] = E\left[\frac{2P_0(t)}{N}\right] = 1 + \frac{1}{N} E[2P_0(t)] = 1 \quad (9)$$

² Uncorrelated

¹ Complementary Cumulative Distribution Function

از آنجا که توان متوسط $S(t)$ واحد است، بنابراین رابطه (۲) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$PAPR = 0 \leq \max_t \left(1 + \frac{2}{N} P_0(t) \right) \quad (۱۰)$$

طبق رابطه (۷) و با در نظر گرفتن روابط (۷)، (۸) و (۱۰) ضریب همبستگی دوره‌ای^۱، یعنی C_k ، PAPR را به طور کامل توصیف می‌کند. این تجزیه و تحلیل می‌تواند به طور کلی در تحلیل سایر مدولاسیون‌ها نظیر QPSK/ QAM مفید باشد. لازمه کاهش PAPR کاهش ضریب همبستگی دوره‌ای C_k میان زیرحامل‌ها است که این مهم را می‌توان از طریق روش‌های مختلف انجام داد. در بخش بعدی طرح پیشنهادی کاهش PAPR با استفاده از کدهای قطبی را ارائه خواهیم کرد.

۳- مروری بر کدهای قطبی

کدهای قطبی یک دسته از کدهای قالبی خطی هستند که به طور اثبات-پذیر میل‌کننده به ظرفیت کانال‌های بدون حافظه گسسته با ورودی دودویی (B-DMC)^۲، از قبیل کانال محک دودویی و کانال متقارن دودویی (BSC)^۳، هستند [۲۰]. کانال $W: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ را به عنوان یک B-DMC با الفبای ورودی $\mathcal{X} = \{0, 1\}$ ، الفبای خروجی $\mathcal{Y}$ و احتمالات انتقال^۴ $\{W(y|x), x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y}\}$ در نظر می‌گیریم. پارامترهای $I(W) \triangleq \sum_{y \in \mathcal{Y}} \sum_{x \in \mathcal{X}} \frac{1}{2} W(y|x) \log \frac{W(y|x)}{\frac{1}{2} W(y|0) + \frac{1}{2} W(y|1)}$ و $Z(W) \triangleq \sum_{y \in \mathcal{Y}} \sqrt{W(y|0)W(y|1)}$ را برای یک B-DMC W در نظر می‌گیریم که در آن $I(W) \in [0, 1]$ اطلاعات متقابل بین ورودی و خروجی کانال انتقال W با توزیع یکنواخت بر ورودی است. هنگامی که W یک کانال متقارن باشد، $I(W)$ ظرفیت کانال W نامیده می‌شود و به عنوان معیار اندازه‌گیری نرخ به کار می‌رود. علاوه بر این، $Z(W) \in [0, 1]$ به عنوان پارامتر باتاکاریا^۵ کانال W شناخته می‌شود و به عنوان معیار اندازه‌گیری قابلیت اطمینان به کار می‌رود. نکته اینکه $I(W) \approx 1$ اگر و فقط اگر $Z(W) \approx 0$ ، همچنین $I(W) \approx 0$ اگر و فقط اگر $Z(W) \approx 1$. اگر W یک کانال محک دودویی با احتمال پاک‌شدگی^۶ ϵ باشد، که با $\text{BEC}(\epsilon)$ نشان داده می‌شود، در این صورت داریم $Z(W) = \epsilon$ و $I(W) = 1 - Z(W) = 1 - \epsilon$. برای هر B-DMC W مجموعه‌ای از n کانال قطبی شده^۷ است که با اعمال پدیده‌ای به نام قطبش کانال^۸ بر n کپی مستقل از W به دست می‌آید. کانال‌های قطبی شده را اصطلاحاً بیت‌کانال‌ها^۹ یا زیرکانال‌ها^{۱۰} می‌نامند. با استفاده از فرآیند قطبش کانال و در صورتی که n بزرگ باشد، ظرفیت $\{I(W_n^{(i)}), 1 \leq i \leq n\}$ و پارامتر باتاکاریا $\{Z(W_n^{(i)}), 1 \leq i \leq n\}$

$\{i \leq n\}$ هر کدام از بیت‌کانال‌ها به سمت صفر یا یک میل می‌کند. در ادامه این مقاله، پارامتر باتاکاریا i امین بیت کانال، $Z(W_n^{(i)})$ با $Z_{n,i}$ نشان می‌دهیم. پارامترهای باتاکاریا برای ساخت ماتریس مولد کدهای قطبی مورد نیاز هستند. مجموعه $\mathcal{I}_n = \{i, 1 \leq i \leq n\}$ به عنوان مجموعه‌ای از اندیس‌های تمامی بیت‌کانال‌ها در نظر می‌گیریم. همچنین $\mathcal{A}$ را به عنوان یک زیرمجموعه k عضوی از $\mathcal{I}_n$ در نظر می‌گیریم که اصطلاحاً مجموعه اطلاعات نامیده می‌شود. به علاوه $\mathcal{A}^c$ یک زیرمجموعه $(n-k)$ بیتی از $\mathcal{I}_n$ و مکمل زیرمجموعه $\mathcal{A}$ است که اصطلاحاً مجموعه بدون تغییر (ثابت)^{۱۱} نامیده می‌شود. این مجموعه‌ها به گونه‌ای در نظر گرفته می‌شوند که برای هر $i \in \mathcal{A}$ ، $j \in \mathcal{A}^c$ باشیم $Z_{n,i} \leq Z_{n,j}$. به بیان دیگر امکان ساخت n بیت‌کانال وجود دارد به طوری که $nI(W)$ از آنها با اندیس‌هایشان در مجموعه اطلاعات بیت‌کانال‌هایی بدون نویز تبدیل می‌شود و $n(1-I(W))$ از آنها با اندیس‌هایشان در مجموعه ثابت به بیت‌کانال‌هایی نویزی تبدیل می‌شوند. پارامترهای $n = 2^m$ ، $m \geq 1$ و $F = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ در نظر می‌گیریم. با فرض $R < I(W)$ و $k = nR$ ، ماتریس مولد G_P برای کد قطبی (n, k) از طریق مراحل زیر ساخته می‌شود [۲۱]. حاصلضرب کرونگر^{۱۲} m ام ماتریس F که ماتریس $G_n = F^{\otimes m}$ با ابعاد $n \times n$ نتیجه می‌دهد را در نظر می‌گیریم. سپس سطرهای ماتریس G_n را از بالا به پایین به صورت $i = 1, 2, \dots, n$ شماره‌گذاری می‌کنیم. پارامترهای باتاکاریا تمامی n بیت‌کانال‌ها $\{W_n^{(i)}, 1 \leq i \leq n\}$ از طریق فرمول بازگشتی با مقدار اولیه $Z_{1,1}$ به دست می‌آوریم و به صورت $Z_n = (Z_{n,i}, 1 \leq i \leq n)$ مرتب می‌کنیم. نکته اینکه در رابطه بازگشتی (۱) چنانچه کانال W ، $\text{BEC}(\epsilon)$ باشد، مقدار اولیه $Z_{1,1}$ برابر با ϵ است.

$$Z_{2k,i} = \begin{cases} 2Z_{k,i} - Z_{k,i}^2 & 1 \leq i \leq k \\ Z_{k,i-k}^2 & k+1 \leq i \leq 2k \end{cases}, \quad k = 1, 2, 2^2, \dots, 2^{m-1} \quad (۱۱)$$

جایگشت $\pi_n = (i_1, i_2, \dots, i_n)$ برای مجموعه اندیس‌های n بیت کانال، یعنی $\mathcal{I}_n = \{1, 2, \dots, n\}$ را به دست می‌آوریم به نحوی که نامساوی $Z_{n,i_j} \leq Z_{n,i_k}$ ، $1 \leq j < k \leq n$ همواره برقرار باشد. مجموعه اطلاعات $\mathcal{A} \subset \mathcal{I}_n$ که اندیس بیت‌کانال‌های آن متناظر با k اندیس سمت چپ جایگشت π_n ، یعنی $i_1, i_2, \dots, i_k$ است را به دست می‌آوریم. سپس مجموعه ثابت $\mathcal{A}^c \subset \mathcal{I}$ که اندیس بیت‌کانال‌های آن متناظر با $n-k$ اندیس سمت راست جایگشت π_n ، یعنی $i_{k+1}, i_{k+2}, \dots, i_n$ است را به دست می‌آوریم. حال ماتریس مولد G_P را با انتخاب k سطر از ماتریس $G_n = F^{\otimes m}$ ، که اندیس‌هایشان متناظر با اندیس‌های بیت‌کانال‌های مجموعه اطلاعات $\mathcal{A}$ (متناظر با کمترین مقدار ممکن پارامترهای باتاکاریا)

⁷Polarized Channel

⁸Channel Polarization

⁹Bit-Channel

¹⁰Sub-Channel

¹¹Frozen (Fixed) Set

¹²Kronecker Product

¹Aperiodic Autocorrelation

²Binary input Discrete Memoryless Channel

³Binary Symmetric Channel

⁴Transition Probabilities

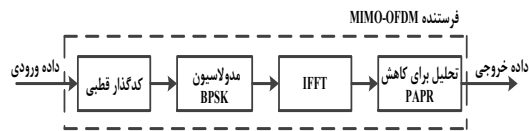
⁵Bhattacharyya Parameter

⁶Erasure Probability

DMC W ، کران بالایی احتمال خطای کدبرداری SC به صورت $P_e \leq \sum_{i \in \mathcal{A}} Z_{n,i}$ است [۲۱].

۴- طرح پیشنهادی کاهش PAPR مبتنی بر کدهای قطبی

در طرح پیشنهادی، از کدهای قطبی به منظور کاهش PAPR در مدولاسیون OFDM استفاده می‌شود. شکل (۱)، سیستم مدل طرح پیشنهادی کدگذار قطبی خطی مبتنی بر MIMO-OFDM را نشان می‌دهد.



شکل (۱) طرح پیشنهادی کاهش PAPR در سیستم‌های MIMO-OFDM مبتنی بر کدگذاری قطبی

همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است، در مرحله اول داده‌های ورودی وارد کدگذار قطبی می‌شوند و یک قالب k بیت از اطلاعات با کد نرخ $r = k/n$ کدگذاری می‌شود. پس از آن، بیت‌های کدگذاری شده بر اساس مدولاسیون پایه BPSK مدوله می‌شوند و سیمبل‌های مدولاسیون BPSK شکل می‌گیرند. سپس برای ایجاد سیمبل OFDM اندازه IFFT متناسب با N در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر، هر سیمبل OFDM از N زیرحامل ساخته شده است. بعد از مرحله IFFT هر نماد OFDM با روش مبتنی بر کدگذاری قطبی پردازش می‌شود. مرحله نهایی، بلوک MIMO است که در آن سیگنال پردازش شده از طریق آنتن فرستنده منتقل می‌شود. کاهش PAPR از طریق چند مرحله اتفاق می‌افتد. هر سیمبل از طریق کاهش PAPR منتقل می‌شود. فرآیند به نحوی طراحی شده است که سیمبل‌هایی که با استفاده از روش کدگذاری ساخته می‌شود منجر به انتخاب قالبی می‌شود که دارای کمترین مقدار PAPR است. در طرح پیشنهادی، ابتدا مقدار رابطه (۱۴) چک می‌شود تا مشخص گردد که آیا PAPR آن از سطح آستانه بالاتر است یا خیر؟

$$E[|s(t)|^2] = E\left[\frac{2p_0(t)}{N}\right] = 1 + \frac{1}{N} E[2p_0(t)] = 1 \quad (14)$$

مقدار سطح آستانه بستگی به کاربرد دارد، برای مثال مقدار سطح آستانه در مخابرات سیار برابر با ۱۰ dB در نظر گرفته می‌شود. اگر مقدار PAPR کمتر از حد آستانه $PAPR_0$ باشد، آنگاه سیمبل OFDM به اندازه نرخ گسترش I توسط کدگذار قطبی گسترش پیدا می‌کند. در این حالت کدگذار قطبی دوره تناوب سیمبل را در حوزه زمان افزایش می‌دهد. دوره

هستند، می‌سازیم. در واقع به ازای بیت کانال $W_n^{(i)}$ ، i امین سطر ماتریس G_n را انتخاب می‌کنیم. همچنین ماتریس G_{pc} به ابعاد $(n-k) \times n$ را با انتخاب $n-k$ سطر ماتریس G_n ، که اندیس‌هایشان متناظر با اندیس‌های بیت کانال‌های مجموعه ثابت $\mathcal{A}^c$ (متناظر با بیشترین مقدار ممکن پارامترهای باتاکاریا) هستند را می‌سازیم. در کدگذاری سیستماتیک، بیت‌های اطلاعات به طور آشکار به عنوان بخشی از کلمه کد ظاهر می‌شوند در حالی که این حالت در کدگذاری غیرسیستماتیک^۱ برقرار نیست. در کدهای قطبی غیرسیستماتیک با طول قالب n بیت، بردار ورودی $u = (u_{\mathcal{A}}, u_{\mathcal{A}^c}) = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ شامل دو زیربردار است: (الف) بردار اطلاعات $u_{\mathcal{A}} = (u_i, i \in \mathcal{A})$ که یک زیربردار k بیتی است؛ (ب) بردار بدون تغییر (ثابت)^۲ $u_{\mathcal{A}^c} = (u_i, i \in \mathcal{A}^c)$ که یک زیربردار $n-k$ بیتی است. بردار اطلاعات $u_{\mathcal{A}}$ متشکل از بیت‌های اطلاعات است و می‌تواند در هر مرحله از انتقال تغییر کند در حالی که بردار ثابت متشکل از مقادیر ثابتی است که برای کدبردار حذف متوالی از قبل شناخته شده هستند. در کدهای قطبی غیرسیستماتیک بردار ورودی u به کلمه کد n بیتی x به صورت $x = u_{\mathcal{A}} G_{\mathcal{A}} + u_{\mathcal{A}^c} G_{\mathcal{A}^c} = u_{\mathcal{A}} G_{\mathcal{A}} + c$ کدگذاری می‌شود. از آنجا که $c = u_{\mathcal{A}^c} G_{\mathcal{A}^c}$ یک بردار ثابت است بنابراین کدگذاری به صورت غیرسیستماتیک است. در این حالت نرخ کد به صورت $R = |\mathcal{A}|/n$ تعریف می‌شود که می‌توان آن را با انتخاب اندازه مجموعه اطلاعات $\mathcal{A}$ تنظیم کرد. مؤلفه‌های بردار اطلاعات می‌توانند در نرخ نزدیک به یک از بیت کانال‌های بدون نویز ارسال شوند. همچنین مؤلفه‌های بردار ثابت می‌توانند با نرخ نزدیک به صفر از بیت کانال‌های نویزی عبور داده شوند. بردار x را به عنوان کلمه کد n بیتی که از n بیت کانال با اندیس‌های $\mathcal{I}_n = \{1, 2, \dots, n\}$ عبور می‌کند در نظر می‌گیریم. همچنین بردار y را به عنوان بردار خروجی متناظر که به وسیله الگوریتم حذف متوالی (SC) کدبرداری می‌شود در نظر می‌گیریم. هدف اصلی کدبردار SC، تخمین بردار ورودی با آگاهی از مجموعه اطلاعات $\mathcal{A}$ ، بردار ثابت $u_{\mathcal{A}^c}$ و بردار خروجی کانال y است. در واقع، بیت‌های بردار ورودی در کدبردار SC به صورت رابطه (۱۲) تخمین زده می‌شوند،

$$\hat{u}_i = \begin{cases} u_i, & i \in \mathcal{A}^c \text{ اگر} \\ h_i(y_1^n, \hat{u}_1^{i-1}) & i \in \mathcal{A} \text{ اگر} \end{cases} \quad (12)$$

که در آن توابع تصمیم‌گیری $h_i: \mathcal{Y}^n \times \mathcal{X}^{i-1} \rightarrow \mathcal{X}, i \in \mathcal{A}$ همه $y_1^n \in \mathcal{Y}^n, \hat{u}_1^{i-1} \in \mathcal{X}^{i-1}$ به صورت زیر محاسبه می‌شوند،

$$h_i(y_1^n, \hat{u}_1^{i-1}) \triangleq \begin{cases} 0, & \frac{W_n^{(i)}(y_1^n, \hat{u}_1^{i-1}|0)}{W_n^{(i)}(y_1^n, \hat{u}_1^{i-1}|1)} \geq 1 \text{ اگر} \\ 1, & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (13)$$

در واقع، بیت‌های اطلاعات $u_i, i \in \mathcal{A}$ یک به یک و با استفاده از i امین عضو تصمیم‌گیری، بردار خروجی کانال y و بیت‌های اطلاعات تخمین زده شده قبلی $\hat{u}_1^{i-1}$ تخمین زده می‌شوند. به علاوه مقادیر بیت‌های ثابت $u_i, i \in \mathcal{A}^c$ برای کدبردار SC از قبل شناخته شده هستند. برای هر $B-$

²Frozen (Fixed) Vector

¹Non-Systematic

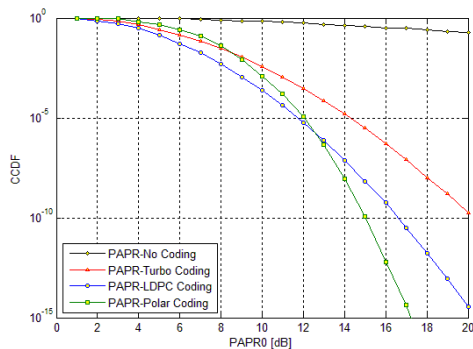
تناوب سیمبل گسترش یافته بر مبنای نرخ گسترش I نسبت به سیگنال اصلی افزایش می‌یابد.

۴- نتایج حاصل از شبیه‌سازی

در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی ارائه شده است. برای بررسی عملکرد روش پیشنهادی کاهش PAPR به کمک کدهای قطبی بر روی سیستم‌های MIMO-OFDM، شبیه‌سازی به روش مونت‌کارلو و با استفاده از مقادیر پارامترهای جدول (۱) در نرم‌افزار متلب انجام شده است. در واقع، با ترسیم منحنی CCDF ارزیابی و مقایسه صورت گرفته است. محورهای افقی حد آستانه را برای PAPR برحسب dB (دسی‌بل) و محورهای عمودی احتمال تجاوز PAPR یک بلوک داده از این حد آستانه را نشان می‌دهد. جهت تفکیک بهتر، نتایج در چهار بخش مجزا ارائه شده‌اند. در بخش اول ابتدا ما شبیه‌سازی طرح پیشنهادی را ارائه و سپس با دیگر روش‌های کدگذاری مقایسه می‌کنیم. در بخش دوم با تغییر تعداد زیرحامل‌های مدولاسیون OFDM، تأثیر این پارامتر را بر روی طرح پیشنهادی بررسی می‌کنیم. در بخش سوم و چهارم به ترتیب با تغییر پارامترهای طول کد و نرخ کدینگ، اثر این دو پارامتر را بر روی منحنی CCDF بررسی می‌کنیم. در کلیه بخش‌ها جهت سهولت از مدولاسیون پایه BPSK استفاده شده است. همان‌طور که در مقدمه نیز اشاره شد، کاهش PAPR به کمک کدهای LDPC و توربو در مرجع [۱۱] مورد بررسی قرار گرفته است و ما در شکل شماره (۲) و (۳) با ترسیم منحنی CCDF، نتایج حاصل از طرح پیشنهادی خود را با نتایج مرجع [۱۱] مقایسه و در جدول شماره (۲) ارائه کرده‌ایم. در این شبیه‌سازی تمامی داده‌ها به صورت تصادفی ایجاد شده‌اند، نرخ کدگذاری برابر با ۰/۵، اندازه IFFT برابر با ۲۵۶ و از مدولاسیون پایه BPSK استفاده شده است. مرجع [۱۱] نرخ گسترش^۱ را یکبار برابر با ۲ و بار دیگر برابر با ۳ برای کدگذاری LDPC و توربو در نظر گرفته است. نتایج به وضوح نشان می‌دهند که کاهش PAPR با استفاده از کدگذاری کانال می‌تواند نسبت به زمانی که از کدگذاری کانال استفاده نکنیم، بهتر و مؤثرتر باشد.

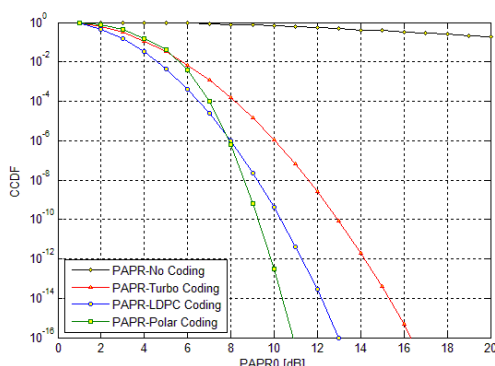
جدول (۱): مقادیر متغیرهای مورد استفاده در طرح پیشنهادی

متغیرهای پیشنهادی	مقادیر متغیرها
نوع مدولاسیون پایه	BPSK
تعداد زیرحاملها	۶۴، ۱۲۸، ۲۵۶، ۵۱۲، ۱۰۲۴
طول کدها	۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲، ۶۴، ۱۲۸، ۲۵۶
نرخ کدگذاری	۱/۸، ۱/۴، ۱/۲، ۳/۴



شکل (۲): مقایسه احتمال تجاوز CCDF از حد آستانه $PAPR_0$ ، برای روش‌های مبتنی بر کدهای قطبی، LDPC و توربو (نرخ گسترش برابر با ۲ در نظر گرفته شده است).

در شکل (۲)، در حد آستانه ۸/۵ دسی‌بل و با احتمال در حدود $10^{-3} \times 10^{-17}$ ، نمودارهای CCDF مرتبط با کدگذاری‌های قطبی و توربو تلاقی پیدا کرده‌اند. از نقطه تلاقی به بعد عملکرد طرح کاهش PAPR مبتنی بر کدهای قطبی برتری واضحی نسبت به طرح مبتنی بر کدهای توربو دارد. همچنین در حد آستانه ۱۲/۵۱ دسی‌بل و با احتمالی در حدود $10^{-6} \times 10^{-2}$ ، نمودار کدگذاری قطبی و LDPC تلاقی پیدا کرده‌اند که پس از این احتمال، شیب نمودار روش مبتنی بر کدهای قطبی، نسبت به کدهای LDPC افزایش محسوسی می‌یابد.



شکل (۳): مقایسه احتمال تجاوز CCDF از حد آستانه $PAPR_0$ ، برای کدهای قطبی، LDPC و توربو (نرخ گسترش برابر با ۳ در نظر گرفته شده است).

شکل (۳) برای نرخ گسترش ۳ ترسیم شده است در حد آستانه ۵/۲ دسی‌بل و با احتمالی در حدود $10^{-3} \times 10^{-23}$ ، نمودار کدگذاری قطبی و توربو تلاقی پیدا کرده‌اند. از این نقطه به بعد عملکرد کدهای قطبی برتری واضحی نسبت به کدگذاری توربو دارد. در حد آستانه ۷/۷ دسی‌بل و با احتمالی در حدود $10^{-96} \times 10^{-101}$ ، نمودار کدهای قطبی و LDPC تلاقی پیدا کرده‌اند که بعد از این احتمال شیب نمودار کدگذاری قطبی نسبت به کدگذاری LDPC افزایش محسوسی می‌یابد. در جدول شماره (۲)، نتایج

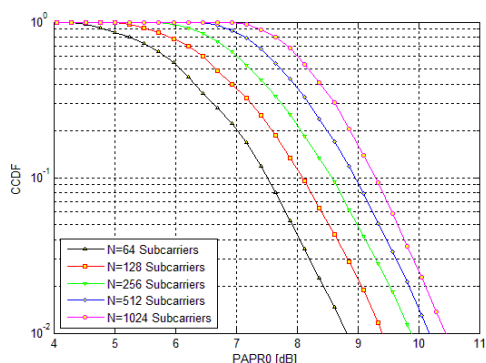
^۱ Spreading Rate

مقایسه مقادیر PAPR برای روش‌های مبتنی بر کدهای مختلف آورده شده است.

جدول (۲): نتایج شبیه‌سازی کاهش PAPR با استفاده از روش‌های مبتنی بر کدهای مختلف قالبی خطی

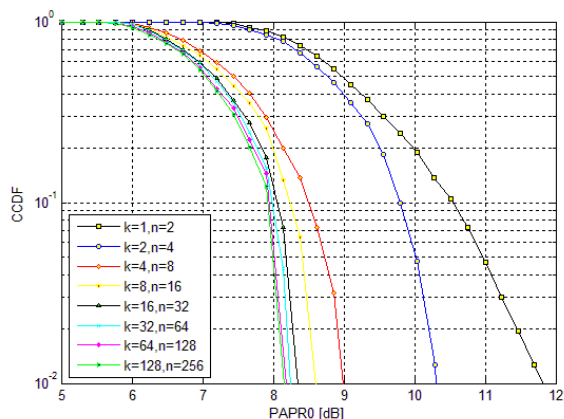
CCDF	تکنیک‌های کدگذاری	مقادیر PAPR (dB)	
		نرخ گسترش ۲	نرخ گسترش ۳
10^{-3}	Turbo	11.05	7.08
	Polar	10.09	6.47
	LDPC	9.07	5.60
10^{-5}	Turbo	14.28	9.11
	Polar	12.04	7.43
	LDPC	11.75	7.25
10^{-7}	Turbo	16.86	10.83
	Polar	13.37	8.23
	LDPC	13.88	8.58
10^{-9}	Turbo	19.24	12.29
	Polar	14.51	8.91
	LDPC	15.78	9.77

در بین سه روش کدگذاری، طرح پیشنهادی مبتنی بر کدگذاری قطبی، در حد آستانه PAPR بالاتر، عملکرد بهتری نسبت به کدهای LDPC و توربو دارد. برای مثال در حد آستانه PAPR برابر با ۱۴ دسی‌بل احتمال تجاوز هنگامی که از تکنیک‌های کدگذاری استفاده نکنیم در حدود ۰/۴۱ است و هنگامی که از تکنیک‌های کدگذاری استفاده کنیم برای کدهای توربو، LDPC و قطبی به ترتیب در حدود $10^{-5} \times 101/58$ ، $10^{-6} \times 107/68$ و $10^{-9} \times 109/48$ است. ذکر این نکته ضروری است که میزان بهبود به دست آمده در کاهش PAPR توسط کدهای قطبی و اندازه‌گیری‌های انجام شده در جدول شماره ۲ با تغییر مدولاسیون پایه و نرخ کدینگ و عوامل دیگر، تغییر می‌کند. در شکل (۴)، تأثیر تعداد زیرحامل‌های مدولاسیون OFDM بر منحنی CCDF، زمانی که از کدگذاری قطبی استفاده شده نشان داده شده است. در این حالت نرخ کدینگ ثابت و برابر با ۰/۵ و اندازه IFFT از ۶۴ تا ۱۰۲۴ افزایش پیدا می‌کند. همچنین مدولاسیون پایه مورد استفاده BPSK است و می‌توان مشاهده کرد با افزایش تعداد زیرحامل‌ها، PAPR نیز افزایش می‌یابد. به عنوان مثال، در احتمال 10^{-2} هنگامی که تعداد زیرحامل‌ها از ۱۲۸ به ۵۱۲ افزایش پیدا می‌کند، مقدار PAPR به اندازه ۰/۷۵ دسی‌بل افزایش می‌یابد. لذا رابطه مستقیمی بین تعداد زیرحامل‌ها و PAPR وجود دارد. در PAPR برابر با ۸ دسی‌بل، کاهش تعداد زیرحامل‌ها از ۱۰۲۴ به ۶۴ زیرحامل، موجب کاهش احتمال تجاوز از $10^{-2} \times 1060$ به $10^{-2} \times 104$ می‌گردد. با افزایش طول کد، قطبش کانال مخابراتی بیشتر می‌شود به نحوی که در ازای $N = 2^8$ ، کانال مخابراتی به دو قسمت خوب و بد تفکیک می‌شود. هر چه به این عدد نزدیکتر شویم نمودارها شکستگی بیشتر و شیب تندتری پیدا می‌کنند. در این بخش از شبیه‌سازی، ما نرخ کدینگ را ثابت و برابر با ۰/۵ قرار دادیم. تأثیر افزایش طول کد را با رسم منحنی CCDF در شکل (۵)، زمانی که از کدگذاری قطبی استفاده شده است، بررسی کردیم.



شکل (۴): مقایسه احتمال تجاوز از حد آستانه PAPR، به ازای تعداد زیر حامل‌های مختلف

با افزایش طول کد عملکرد مطلوب‌تری داریم، البته نمودار CCDF از یک مقدار تقریبی به بعد، تغییر چندانی نمی‌کند. این مهم به ما کمک می‌کند تا بسته‌های اطلاعاتی با طول زیاد و بعضاً نامحدود تولید کنیم. با این حال، ما همچنان می‌توانیم نتیجه‌گیری کنیم که نمودار CCDF را نمی‌توان آشکارا از طریق تکیه بر افزایش طول کد کاهش داد. یک دلیل این است که برای مثال در احتمال 10^{-1} با وجود افزایش طول کد از ۸ به ۳۲ تغییر کمی در حدود ۰/۲۵ دسی‌بل بهبود روی محور افقی داریم. دلیل دیگر آنکه در ازای $8/3 < \text{PAPR}_0$ دسی‌بل تقریباً عملکرد مشابهی را برای طول کدهای $K = 16$ ، $K = 32$ ، $K = 64$ ، و $K = 128$ داریم.



شکل (۵): مقایسه احتمال تجاوز از حد آستانه PAPR، به ازای طول کدهای مختلف کد قطبی

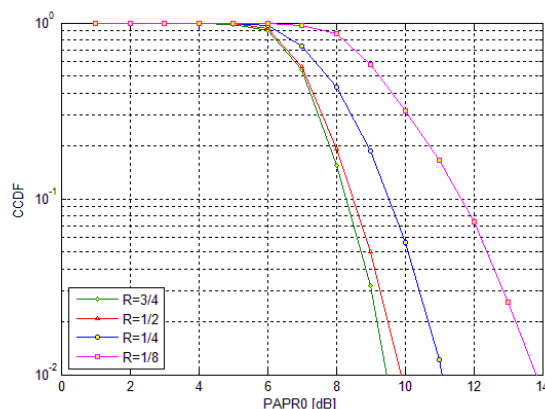
در این بخش با تغییر نرخ کدینگ و ثابت نگه داشتن طول کد، تأثیر نرخ کدینگ را بر منحنی CCDF بررسی کردیم. ابتدا رشته بیت تصادفی از صفر و یک تولید و سپس با نرخ کدینگ‌های گفته شده کدگذاری می‌شوند و سپس به وسیله مدولاسیون پایه BPSK مدوله شده و وارد مدولاسیون OFDM می‌شوند. تعداد زیرحامل‌ها برابر با ۲۵۶ در نظر گرفته شده است. در شکل (۶)، می‌توان مشاهده کرد که با افزایش نرخ کدینگ

¹ Code length

۷- منابع

- [1] D. W. Chi and P. Das, "Effect of Nonlinear Amplifier in Companded OFDM with Application to 802.11n WLAN," in *IEEE Global Telecom. Conf.*, November 2009, pp. 1-6.
- [2] D. W. Chi and P. Das, "Effects of Narrowband Interference and Nonlinear Amplifier in Companded OFDM with Application to 802.11n WLAN," in *MILCOM*, October 2009, pp. 1-8.
- [3] A. U. Ahmed, S. C. Thompson, D. W. Chi, and J. R. Zeidler, "Subcarrier Based Threshold Performance Enhancement in Constant Envelope OFDM," in *MILCOM*, October 2012, pp. 1-6.
- [4] A. U. Ahmed and J. R. Zeidler, "Novel Low-Complexity Receivers for Constant Envelope OFDM," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 63, 2015, pp. 4572-4582.
- [5] I.S Sohn, "RBF Neural Network Based SLM Peak-to-Average Power Ratio (PAPR) Reduction in OFDM Systems", *EIRI Journal*, Vol. 29, No.3, PP. 402-404, 2007.
- [6] B. Bakkas, I. Chana and H. Ben-Azza, "PAPR Reduction in MIMO-OFDM Based on Polar Codes and Companding Technique", International Conference on Advanced Communication Technologies and Networking (CommNet), Rabat, Morocco, 2019.
- [7] B. Vinodh Kumar and C. Kalaiyarasi, "Peak-To-Average Power Ratio Reduction in Polar Coded OFDM Signal in WiMAX Architecture", *Journal of Physics: Conference Series*, PP. 1-7, 2021.
- [8] Francisco Alberto, "Peak to Average Power Ratio Reduction and Error Control in MIMO-OFDM HARQ System", Ph.D Thesis, University of Quebec, Montreal, July 03, 2019.
- [9] Zhongpengwang, "Combined DCT and Companding for PAPR Reduction in OFDM Signals". *Journal of Signal and Information Processing* Vol 2, 2012, PP. 100-104.
- [10] M. Park, J. Heeyong, N. Cho, D. Hong and C. Karg, "PAPR Reduction in OFDM Transmission using Hadamard Transform", *IEEE International Conference on Communications (ICC)*, Vol.1. June 2000, PP. 430-433.
- [11] O. Daoud, and O. Alani, Reducing the PAPR by utilisation of the LDPC code. *IET communications*, 3(4), pp.520-529, 2009.
- [12] M. Al-Akaidi, O. Daoud, S. Linfoot, 'A new turbo coding approach to reduce the peak-to average power ratio of a multi-antenna-OFDM', *Int. J. Mobile Commun.*, vol. 5, no. 3, pp. 357-369, 2007
- [13] Wasserman, David R., Ahsen U. Ahmed, and David W. Chi. "BER performance of polar coded OFDM in multipath fading." *arXiv preprint arXiv:1610.00057*, 2016.
- [14] Niu, Kai, Kai Chen, Jiaru Lin, and Q. T. Zhang. "Polar codes: Primary concepts and practical decoding algorithms." *IEEE Communications magazine*, vol. 52, no. 7, pp. 192-203, 2014.
- [15] S. H. Muller and J. B. Huber, "OFDM with reduced peak-to-average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences," *Electronics Letters*, Vol. 33, No. 5, pp. 36-69, Feb. 1997.
- [16] H. Ochiai and H. Imai, "On the distribution of the peak-to-average power ratio in OFDM signals," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. 49, No. 2, pp. 282-289, Feb. 2001.
- [17] R. W. Bäuml, R. F. H. Fischer, and J. B. Huber, "Reducing the peak-to-average power ratio of multicarrier modulation

از ۱/۸ به ۳/۴ در احتمال 10^{-1} ، PAPR به اندازه ۴/۴ دسی بل بهبود پیدا می کند. نمودار نرخ کدینگ ۱/۸، دیرتر شروع به کاهش می کند و نسبت به نمودار دیگر کدها عملکرد ضعیف تری دارد. بنابراین بایستی با توجه به نیاز و بسته به کاربرد، نرخ کدگذاری را تعیین کرد تا احتمال تجاوز از حد آستانه PAPR، رضایت بخش باشد.



شکل (۶): مقایسه احتمال تجاوز از حد آستانه $PAPR_0$ به ازای نرخ کدهای مختلف

۶- نتیجه گیری

در این مقاله به کمک کدهای قطبی، PAPR را بدون ایجاد اعوجاج در سیستم های MIMO-OFDM کاهش دادیم. استفاده از کدهای قطبی قابلیت تشخیص و تصحیح خطای سیستم مخابراتی را افزایش می دهد. این امر در مقایسه با سایر روش های کاهش PAPR یک مزیت بزرگ محسوب می شود زیرا کاهش PAPR زمانی مؤثر است که با تشخیص و تصحیح خطا همراه باشد و BER را بهبود دهد. پیچیدگی محاسباتی طرح پیشنهادی در مقایسه با اکثر روش های کدینگ کانال کمتر است. این امر پردازش اطلاعات را در سیستم های مخابراتی با انرژی و حافظه محدود، آسان تر و سریع تر می کند. بنابراین هم به واسطه این که از روش های کدینگ کانال استفاده شده است، سیگنال بدون اعوجاج است و هم به واسطه استفاده از کدهای قطبی، پیچیدگی محاسباتی در مقایسه با اکثر روش های کدینگ کانال، کمتر است. لذا طرح پیشنهادی بسیار کاربردی و مقرون به صرفه است. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که عملکرد کدهای قطبی بهتر از کدگذاری های توربو و LDPC بوده است. از جمله دستاوردهای طرح می توان به ۱- افزایش کارایی سیستم های مخابراتی (بی سیم و باسیم) در کاربردهای مخابراتی به منظور کاهش توان پیک مورد نیاز کاهش PAPR در مدولاسیون OFDM ۲- دستیابی به قابلیت تشخیص و تصحیح خطای کانال مناسب و در نهایت ایجاد یک ارتباط مقاوم در برابر نویز کانال ۳- کاهش پیچیدگی محاسباتی و افزایش سرعت سیستم های مخابراتی ۴- نیازمندی به حافظه ی کمتر و کاهش هزینه ساخت، اشاره کرد.

- by selected mapping," *Electronics Letters*, Vol. 32, pp. 2056–2057, Oct. 1996.
- [18] Singh, Sanjay, M. Sathish Kumar, and H. S. Mruthyunjaya. "Performance Analysis of Error Control Coding Techniques for Peak-to-Average Power Ratio Reduction of Multicarrier Signals." arXiv preprint arXiv:1209.4811, 2012.
 - [19] S. Narahashi and T. Nojima, "New phasing scheme of n-multiple carriers for reducing peak-to-average power ratio," *Electronics Letters*, vol. 30, no. 17, pp. 1382 -1383, aug 1994.
 - [20] E. Arikan, "Channel combining and splitting for cutoff rate improvement," *IEEE Trans. on Inf. Theory*, vol.52, pp.628–639, Feb. 2009.
 - [21] E. Arikan, "Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels," *IEEE Trans. on Inf. Theory*, vol.55, pp.3051–3073, July 2009